

元嘉暦法による月食計算法

【以下は元嘉暦法による月食計算法として追記した。】

竹迫 忍

7. 元嘉暦法による月食計算

月食の予測も同様の計算方法を用いておこなうことができる。ここでは日本では実際に観測できなかった為推算かどうかが問題になっている皇極二年五月十六日(西暦 643 年 6 月 8 日)の日本の最初の月食記録についても以下に概略計算してみる。

7. 1 入紀年を求める

皇極二年(西暦 643)の入紀年は(1)式より、
 $(5703 + (643 - 443) - 3648) \div 608 = 3 \quad (\text{余}) \quad 431 : \text{入紀年}$

7. 2 毎月初日(朔)の干支を求める

積月は(2)式より、
 $431 \times 235 \div 19 = (\text{商})5330 : \text{積月} \quad (\text{余}) \quad 15 : \text{閏餘} \quad (\text{閏年ではない})$

正月の朔は(3)(4)(5)より、
 $22207 \times 5330 = 118363310 : \text{朔積分}$
 $118363310 \div 752 = (\text{商})157398 : \text{積日} \quad (\text{余})14 : \text{小余}$
 $157398 \div 60 = (\text{商})2623 \quad (\text{余})18 : \text{大余}$
 甲午紀第四の干支は甲午(30)から始まるので、正月朔の干支は $30 + 18 = 48$ (壬子)
 朔の時間は 14 (一日は 752 分) となる。

5月朔は(6)式より、

5月朔 = 正月大余 + 正月小余 / 752 + $(29 + 399/752) \times 4$
 $= 48 + 14/752 + 116 + 1596/752$
 $= 164 + 2 + 106/752$
 $= 46 + 106/752$

7. 3 5月望を求める

「求弦望法； 加朔大餘七、小餘二百八十七、小分三、小分満四従小餘、小餘満日法従大餘、命如前、上弦日也。又加之得望、又加之得下弦。」(彙編、1728 ページ)

これより、
 望 = 朔大余 + 朔小余 / 752 + $(7 + (287 + 3/4)/752) \times 2$ -----(25)

5月望は、

5月望 = $46 + 106/752 + (14 + (575 + 1/2)/752)$
 $= 0$ (甲子) + 681.5 / 752 (小余)

7. 4 日食と月食のある月を求める

ここで5月に月食があるか確認する。

正月朔去交分は(11)式より、

$(\text{積月} \times \text{會数} + \text{入交會紀差}) \div \text{會月} = (5330 \times 160 + 22) \div 939$
 $= (\text{商})908 \quad (\text{余})210 : \text{正月朔去交分}$

5月朔去交分は(12)式より、
 5月朔去交分 = 正月朔去交分+會数×4 = 210+160×4=850
 5月望去交分は(13)式より
 5月望去交分=5月朔去交分+合数=850+80=930

したがって、交限数(859)<望去交分(930)< 會月(939)であるので5月に月食あり。

7. 5月の速度の補正

ここでは月の速度の補正を行い食甚の時間を修正する。
 まず修正のもととなる入暦日を求める。正月朔入暦日は(14)から(16)式より、

(求年朔積分+入遅疾差)÷通周=(商) (余) 正月朔入暦日(×日法)
 正月朔入暦日(×日法)÷日法=(商) 正月朔入暦日 (余) 日余
 正月朔入暦日+1日+734/752=2月朔入暦日
 数値を代入すると、
 正月入暦日は、
 正月入暦日=(118363310+15245)÷20721
 =(商) 5712(余) 20203
 20203÷752=(商) 26 : 正月朔入暦日 (余) 651 : 日余
 5月朔入暦日は、
 5月朔入暦日=26+651/752+(1+734/752)×4
 =30+3587/752=34+579/752 (-20721/752)
 =7+162/752
 5月望入暦日は
 5月朔入暦日=5月朔入暦日+14+(575+1/2)/752
 =7+162/752+14+(575+1/2)/752
 =21+737.5/752

入暦日の表は一日目から始まるので実際には上記の値に一日加えた22日で表を見る。

7. 6月の入陰陽暦：

次に月が陽暦にあるのか陰暦にあるのかの計算をする。(17)から(21)式より、

入紀積月÷會月=(商) (余)
 ((余)×會数+入紀交會差)×周天÷微分法=(商)大分 (余)微分
 大分÷周天=(商) (余)
 (余) < 曆周 : 陽曆
 (余)÷月周=(商) 正月合朔入暦日 (余) 日餘
 次月
 (商) 正月合朔入暦日+2日 (余) 日餘+1331/日法+1598/微分法
 5330÷939=(商) 5 (余) 635
 (635×160+22)×111035÷1878=(商)6008306 : 大分(余)102:微分
 6008306÷111035=(商)54 (余)12416 : 入陽曆
 (余)12416 < 55517半 : 曆周 : 陽曆
 12416÷4064=(商)3 : 正月合朔入暦日 (余)224 : 日餘
 5月朔入暦日=正月合朔入暦日+(2+(1331+1598/1878)/4064)×4
 =3+224/4064+8+5327.4/4064
 =12+1487.4/4064
 5月望入暦日=5月朔入暦日+(14+(575+1/2)/752)
 =12.3660+14.7653 (日)
 =27.1313×4064 (微分)
 =110261>曆周(55517.5) : 陰曆

7. 7 月の速度の補正

5月望について求めた入暦日をもとに計算する。経朔の干支は0、日余は681.5。入暦日は21日、日余は737.5なので表-2の22日目からそれぞれ値を読み取り代入すると、

$$\text{定積分} = 75952 + 737.5 \times (-5) = 72264.5$$

$$\text{定差法} = 240 + 737.5 \times 4 \div 752 = 240 + 3.9 = 244$$

$$\text{定小餘} = 72264.5 \div 244 + 681 = 296.2 + 681 = 977.2$$

なので定朔干支は1(乙丑)、日余は225.2(午前7時11分)

7. 8 食分と食継続時間

元嘉暦には食分の計算は無いが、會月(939)、去交分(930)と交限数(859)より皆既を食分15として求めると、

$$\text{食分} = (930 - 859) / (939 - 859) \times 15 = 13 + 31/100 \text{ (13強) となる。}$$

以上により飛鳥時代でも暦を作る計算の延長として日食計算が簡単に出来たことがわかる。

後代の月食計算で使われる皆既の時間20刻(一日100刻、約5時間)を使うと、

$$\text{継続時間} = 20 \times (13 / 15.0) = 17.33 \text{ 刻 (4時間9分)}$$

以上をまとめると、

$$\text{食分} 13.3$$

$$\text{食初} = 7 \text{ 時 } 11 \text{ 分} - 2 \text{ 時間 } 4.5 \text{ 分} = 5 \text{ 時 } 6.5 \text{ 分}$$

$$\text{食甚} = 7 \text{ 時 } 11 \text{ 分}$$

$$\text{食末} = 7 \text{ 時 } 11 \text{ 分} + 2 \text{ 時間 } 4.5 \text{ 分} = 9 \text{ 時 } 15.5 \text{ 分}$$

実際には日本時間で、

$$\text{食初} = 6 \text{ 時 } 19 \text{ 分}$$

$$\text{食甚} = 8 \text{ 時 } 00 \text{ 分}$$

$$\text{食末} = 9 \text{ 時 } 42 \text{ 分}$$

この月食は月が沈んだあとで、日本からは見えなかった。

【2022/12/28 月食計算法追記】