

授時暦法による暦日と食計算の検証

竹迫 忍*

2019/07/29 (完稿)

2026/08/05 (公開)

1. はじめに

授時暦は中国の元の時代に郭守敬等が編纂し至元十八年(1281)に施行された暦法である。その後王朝が元から明に代わっても授時暦に微修正を加えた大統暦が洪武十七年(1384)に施行された。大統暦は清の順治2年(1665)に西洋天文学を取り入れた時憲暦に代わるまで使用された。したがって授時暦は大統暦の期間を含め384年間中国で使用されたことになる。日本では平安時代から江戸初期まで宣明暦が使用されていたが、貞享元年(1684)に渋川春海が授時暦を元に回回暦も取り入れた貞享暦が宣明暦に代わり施行された。

授時暦の暦法計算については、小泉光保「授時暦図解」(元禄16年、1703)に日食計算を含め詳細が解説されている。現代においては、藤井康生「授時暦の計算について」(数学史研究、通号139、1993)に授時暦の暦計算方法につき解説されている。また中国では、張培瑜、陳美東等著「中国古代暦法」(中国科学技術出版社、2007、487-553ページ)で日食及び月食計算を含め解説がなされている。ここではこれらの文献を参考に、新唐書の暦志記載の授時暦法により、暦および食計算法を数式化する。具体的な計算は「授時暦図解」に記載の元禄11年(1698)9月の日食を例に計算を進める。また月食については、渋川晴海の「食考」(注1)にある延宝2年6月の月食を例とする。また、暦及び食計算法の検証に加え、授時暦施行期間中の暦日の検証をおこなう。

なお中国の暦法の基本的な考え方および計算方法については別項-1にまとめた。

2. 授時暦の暦数の変遷

表1に歴史書に残る授時暦及び大統暦の主な暦数を示す。これ以外の暦数に違いはない。表1から高麗史に載る授時暦の閏応/転応/交応の三応は、明史・大統暦と同じ値であることがわかる。日本での授時暦の研究書は寛文12年(1672)年に発行された元史に載る授時暦経をもとにしているため、授時暦の施行期間中にその暦数が変更(改暦)されていたことは知られていない。この違いを今井湊『高麗の授時暦』[天官書]p.660-661は指摘しているが、この暦数が大統暦とともに始まったものか、或はそれ以前から存在していたものかわからないとしている。

表1 授時暦書と大統暦書の暦数の相違点

No.	項目	元史・授時暦	高麗史・授時暦	明史・大統暦
	施行年	至元十八年 (1281)	(不明)	洪武十七年 (1384)
1	暦元	至元18年	至元18年	至元18年
2	消長	有	有	無
3	気応	550600	550600	550600
4	閏応	201850	202050	202050
5	転応	131904	130205**	130205
6	交応	260187.86	260388	260388
7	月朔・限行度	月速度	月速度	月速度
8	日食定数	5740	5740	5740
9	日食・限行度	月速度	月速度	相対速度
10	月食定数	5740	5740	4920
11	月食・限行度	月速度	月速度	相対速度
12	四余暦算	無	1暦数のみ	有

注：四余は紫気、月孛、羅喉と計都のこと。限行度(速度)は食の継続時間の計算に使う。

**高麗史・授時暦の転応については131904.00が最初の暦数のまともに残る。

* takesako@mrj.biglobe.ne.jp [https://www.kotenmon.com/]

また、明史・大統暦にはこの3応につき、『按授時曆既成之後，閏転交三応数，旋有改定，（以下略）』[歴代天文律曆等志彙編 第十冊（以下彙編と略）]p. 3696（訳：按ずるに、授時曆既に成りて後、閏転交三応数、まもなく改定があった）との記述がある。この改定の時期について張培瑜他(2007)p. 650 は至元三十一年(1294)としているが、根拠は示していない。汪日楨(1878)の元・甲午三十一年に『按是年改定授時術』とあり、これが根拠と考えられる。しかしここにも「按」の字が使われており、明確な根拠はないようである。時期については実際の暦で検証する。

また、渋川春海が参照した授時曆については竹迫忍(2019)p. 3 で高麗史に記載の授時曆としたが、高麗史の授時曆は上記により三応改定後の最新の授時曆となり、直接中国の原本が伝わった可能性もある。また、渋川春海は寛文 12 年(1672)年に日本で刊行された元史に載る授時曆経が古い版であることも認識していたことになる。

3. 授時曆法による暦の計算

ここでは小泉光保「授時曆図解」との比較のため元禄 11 年の暦を授時曆法により計算する。原文は「歴代天文律曆等志彙編・第九冊」中華書局(1976)を使用した。「元史・授時曆」を主体に暦と日食の計算に必要なところのみ引用した。また陳美東「歴代律曆志校證」中華書局(2008)297-299 ページを参考に妥当と思われる個所を改めた。原文の注および改めた箇所は【 】で示した。なお原文の「、」は表示を明確にするため「・」に替えた。また表題については内容を明確にする為に[]を付けて補った。三応については比較のために「元史・授時曆」の値を使用する。

3. 1 常節気の干支を求める

『至元十八年歲次辛巳爲元。【上考往古，下驗将来，皆距立元爲算。周歲消長，百年各一，其諸應等數，隨時推測，不用爲元。】

日周，一萬。

歲實，三百六十五萬二千四百二十五分。

通餘，五萬二千四百二十五分。

朔實，二十九萬五千三百五十九分三秒。

通閏，十萬八千七百五十三分八十四秒。

歲周，三百六十五日二千四百二十五分。

朔策，二十九日五千三百五十九分三秒。

氣策，十五日二千一百八十四分三十七秒半。

望策，十四日七千六百五十二分九十六秒半。

弦策，七日三千八百二十六分四十八秒少。

氣應，五十五萬六百分。

閏應，二十萬一千八百五十分。

沒限，七千八百一十五分六十二秒半。

氣盈，二千一百八十四分三十七秒半。

朔虛，四千六百九十四分七秒。

旬周，六十萬。

紀法，六十。

〔推天正冬至〕

置所求距算，以歲實【上推往古，每百年長一；下算将来，每百年消一。】乗之，爲中積。加氣應，爲通積。滿旬周，去之；不盡，以日周約之爲日，不滿爲分。其日命甲子算外，即所求天正冬至日辰及分。【如上考者，以氣應減中積，滿旬周，去之；不盡，以減旬周。餘同上。】

〔求次氣〕

置天正冬至日分，以氣策累加之，其日滿紀法，去之，外命如前，各得次氣日辰及分秒。』

元史曆史[彙編 第九冊]p. 3371-73

曆年	－	曆元・元十八年＝距算	-----	(1)		
3652425	－	int(距算/100)＝歲實 (注 2)	-----	(2)		
積年	×	歲實	＝	中積	-----	(3)
中積	+	氣應	＝	通積	-----	(4)

$$\begin{array}{rcll}
\text{通積} \div \text{旬周} & = & (\text{商}) \quad (\text{余}) & \text{天正冬至日分} \quad \text{-----}(5) \\
(\text{余}) \div \text{日周} & = & (\text{商}) \quad \text{天正冬至日} \quad (\text{余}) \text{分} & \text{-----}(6) \\
\text{天正冬至日分} + \text{氣策} & = & \text{次節氣 (小寒)} & \text{-----}(7)
\end{array}$$

【注】授時曆以前の暦法では、暦元として冬至の日が甲子の日を選んでいたので、暦元から天正冬至までの日数を 60 で割れば天正冬至の干支が計算できた。授時曆では元 18 年(1281)の冬至を暦元として計算するが、その冬至時刻は直前の甲子の日の午前零時から 55.06 日目に当たるのでその補正として氣應(550600 分)を足して通積としている。これにより通積を 60 で割った余りが冬至の干支となる。詳しくは別項－1 項目 2 の「暦元を太古に置かない暦法の考え方(授時曆)」を参照。

元十八年(1281 年)から元禄十一年(1698 年)まで距算は

$$\text{距算} = 1698 - 1281 = 417$$

$$\text{歲實} = 3652425 - \text{int}(417/100) = 3652421$$

$$\text{中積} = 417 \times 3652421 = 1523059557$$

$$\text{通積} = 1523059557 + 550600 = 1523610157$$

$$\text{天正冬至日分} = \text{mod}(1523610157, 600000) = 210157 :$$

$$210157 \div 10000 = (\text{商}) 21(\text{乙酉}) : \text{冬至日干支} (\text{余}) 0157 : \text{冬至分}$$

$$\text{次節氣日分(小寒)} = 210157 + 152184.375 = 362341.375 :$$

3. 2 月經朔の干支を求める

『[推天正經朔]

置中積，加閏應，為閏積。滿朔實，去之不盡，為閏餘，以減通積，為朔積。滿旬周，去之不盡，以日周約之，為日，不滿為分，即所求天正經朔日及分秒。(注略)

[求弦望及次朔]

置天正經朔日及分秒，以弦策累加之，其日滿紀法，去之，各得弦望及次朔日及分秒

元史曆志[彙編第九]p. 3373

$$\begin{array}{rcll}
\text{中積} + \text{閏應} & = & \text{閏積} & \text{-----}(8) \\
\text{閏積} \div \text{朔實} & = & (\text{商}) \quad (\text{余}) \text{閏餘} & \text{-----}(9) \\
\text{通積} - \text{閏餘} & = & \text{朔積} & \text{-----}(10) \\
\text{朔積} \div \text{旬周} & = & (\text{商}) \quad (\text{余}) \text{天正經朔日分} & \text{-----}(11) \\
(\text{余}) \div \text{日周} & = & (\text{商}) \quad \text{天正經朔日} \quad (\text{余}) \text{天正經朔分} & \text{-----}(12) \\
\text{天正經朔} + \text{弦朔} & = & \text{上弦} & \text{-----}(13) \\
\text{上弦} + \text{弦朔} & = & \text{望} & \text{-----}(14) \\
\text{望} + \text{弦朔} & = & \text{下弦} & \text{-----}(15) \\
\text{下弦} + \text{弦朔} & = & \text{次月朔日} & \text{-----}(16)
\end{array}$$

【注】授時曆以前の暦法では、暦元として冬至の日が甲子の日で朔の日を選んでいたので、暦元から天正冬至までの日数を朔策(朔望月：295305.93 分)で割り、余りの閏餘を暦元からの通積から引けば 11 月朔までの朔積が計算できた。授時曆では元 18 年(1281)の冬至を暦元として計算するため、その直前の天正經朔との差を閏應(201850 分)として中積に足し閏積とし、この閏積を朔策で割った余りが閏餘となる。閏餘を通積から引けば朔積となる。

代入すると

$$\text{閏積} = 1523059557 + 201850 = 1523261407$$

$$\text{閏餘} = \text{mod}(1523261407, 295305.93) = 73420.06$$

$$\text{朔積} = 1523610157 - 73420.06 = 1523536736.94$$

$$\text{天正經朔日分} = \text{mod}(1523536736.94, 600000) = 136736.94$$

$$136736.94 \div 10000 = (\text{商}) 13(\text{丁丑}) : \text{天正經朔日} (\text{余}) 6736.94 : \text{天正經朔分}$$

$$12 \text{ 月朔日分} = 136736.94 + 295305.93 = 432042.87$$

$$1 \text{ 月朔日分} = 136736.94 + 295305.93 \times 2 = 727348.80 = 127348.80$$

$$9 \text{ 月朔日分} = 136736.94 + 295305.93 \times 10 = 3089796.24 = 89796.24$$

3. 3 太陽の変速運動に対する補正(盈縮差)を求める

『歩日躔第三

周天分,三百六十五萬二千五百七十五分。

周天,三百六十五度二十五分七十五秒。

半周天,一百八十二度六十二分八十七秒半。

象限,九十一度三十一分四十三秒太。

歲差,一分五十秒。

周應,三百十五萬一千七十五分。

半歲周,一百八十二日六千二百一十二分半。

盈初縮末限,八十八日九千九十二分少。

縮初盈末限,九十三日七千一百二十分少。

〔推天正經朔弦望入盈縮曆〕

置半歲周,以閏餘日及分減之,即得天正經朔入縮曆。【冬至後盈,夏至後縮。】以弦策累加之,各得弦望及次朔入盈縮曆日及分秒。【滿半歲周去之,即交盈縮。】

〔求盈縮差〕

視入曆盈者,在盈初縮末限已下,為初限,已上,反減半歲周,餘為末限;縮者,在縮初盈末限已下,為初限,已上,反減半歲周,餘為末限。其盈初縮末者,置立差三十一,以初末限乘之,加平平差二萬四千六百,又以初末限乘之,用減定差五百一十三萬三千二百,餘再以初末限乘之,滿億為度,不滿退除為分秒;縮初盈末者,置立差二十七,以初末限乘之,加平平差二萬二千一百,又以初末限乘之,用減定差四百八十七萬六千,餘再以初末限乘之,滿億為度,不滿退除為分秒,即所求盈縮差。(以下略)』元史曆志[彙編第九]p. 3377-78

$$\text{半歲周} - \text{閏餘日分} = \text{得天正經朔入縮曆 (冬至後盈, 夏至後縮)} \quad \text{-----(17)}$$

$$\text{天正經朔入縮曆} + \text{朔策} = \text{次月朔入縮曆} \quad \text{-----(18)}$$

$$\text{入曆盈} \Rightarrow \text{入盈曆} < \text{盈初縮末限} : \text{初限} = \text{入盈曆} \quad \text{-----(19)}$$

$$\text{入盈曆} > \text{盈初縮末限} : \text{末限} = \text{半歲周} - \text{入盈曆} \quad \text{-----(20)}$$

$$\text{入曆縮} \Rightarrow \text{入縮曆} < \text{縮初盈末限} : \text{初限} = \text{入縮曆} \quad \text{-----(21)}$$

$$\text{入縮曆} > \text{縮初盈末限} : \text{末限} = \text{半歲周} - \text{入縮曆} \quad \text{-----(22)}$$

盈初①、縮末④:

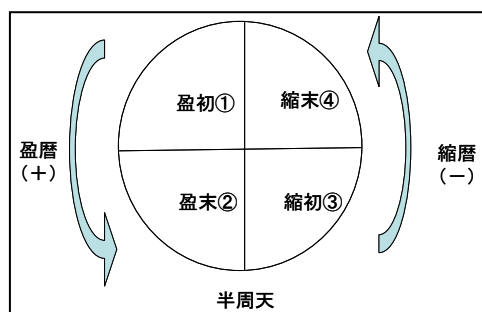
$$\text{盈縮差} = (5133200 - (31 \times \text{初末限} + 24600) \times \text{初末限}) \times \text{初末限} \div \text{一億} \quad \text{-----(23)}$$

縮初③、盈末②:

$$\text{盈縮差} = (4870600 - (27 \times \text{初末限} + 22100) \times \text{初末限}) \times \text{初末限} \div \text{一億} \quad \text{-----(24)}$$

【注】式(23), (24)により立成を計算し、添付表-1として添付した。

図1 盈縮曆の関係



$$\text{天正入盈曆} = 1826212.5 - 73420.06 = 1752792.44$$

$$12 \text{ 月朔入盈曆} = 1752792.44 + 295305.93 = 2048098.372 - \text{半歲周} = 221885.872 :$$

$$1 \text{ 月朔入盈曆} = 1752792.44 + 295305.93 \times 2 = 2343404.30$$

$$\text{入盈曆} < \text{盈初縮末限} : \text{初限} = \text{入縮曆} - \text{半歲周} = 2343404.30 - 1826212.5 = 517191.80$$

$$\text{盈初①なので(23)式に初限}=51.719180 \text{ を代入すると、盈縮差}=1.95394$$

$$(\text{立成から計算すると、盈縮差}=1.93696 + 0.02353 \times 0.71918 = 1.95388)$$

9月朔入縮曆 = $1752792.44 + 295305.93 \times 10 = 4705851.76 = 1053426.76$:
 入縮曆 > 盈初縮末限 : 末限 = 半歳周 - 入縮曆 = $1826212.5 - 1053426.76 = 772785.76$
 縮末④なので(23)式に末限 = 77.278576 を代入すると、盈縮差 = -2.35469
 (立成から計算すると、盈縮差 = $-2.35250 - 0.00762 \times 0.278576 = -2.35462$)

3. 4 月の変速運動に対する補正(遅疾差)を求める

『歩月離第四

轉終分, 二十七萬五千五百四十六分。

轉終, 二十七日五千五百四十六分。

轉中, 十三日七千七百七十三分。

初限, 八十四。

中限, 一百六十八。

周限, 三百三十六。

月平行, 十三度三十六分八十七秒半。

轉差, 一日九千七百五十九分九十三秒。

弦策, 七日三千八百二十六分四十八秒少。

上弦, 九十一度三十一分四十三秒太。

望, 一百八十二度六十二分八十七秒半。

下弦, 二百七十三度九十四分三十一秒少。

轉應, 一十三萬一千九百四分。

[推天正經朔入轉]

置中積, 加轉應, 減閏餘, 滿轉終分, 去之, 不盡, 以日周約之為日, 不滿為分, 即天正經朔入轉日及分。【上考者, 中積内加所求閏餘, 減轉應, 滿轉終, 去之, 不盡, 以減轉終, 餘同上。】

[求弦望及次朔入轉]

置天正經朔入轉日及分, 以弦策累加之, 滿轉終, 去之, 即弦望及次朔入轉日及分秒。【如經求次朔, 以轉差加之。】

[求經朔弦望人遅疾曆]

各視入轉日及分秒, 在轉中已下, 為疾曆; 已上, 減去轉中, 為遅曆。』元史曆志[彙編第九]p. 3393-94

$$(中積 + 轉應 - 閏餘) \div 轉終分 = (商) \quad (余) \quad \text{-----} (25)$$

$$(余) \div 日周 = (商) \quad (余) \quad \text{天正經朔入轉日及分} \quad \text{-----} (26)$$

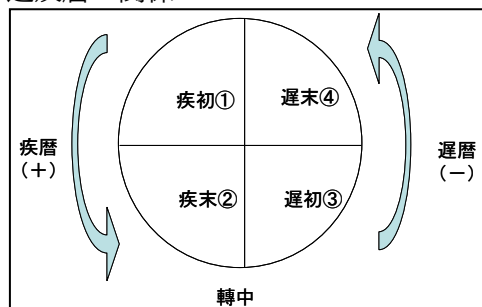
$$天正經朔入轉日及分 + 弦策(累加) = 弦望及次朔入轉日及分秒 \quad \text{-----} (27)$$

$$天正經朔入轉日及分 + 轉差 = 次朔入轉日及分秒 \quad \text{-----} (28)$$

$$入轉日及分秒 < 轉中 : 疾曆 = 入轉日及分秒 \quad \text{-----} (29)$$

$$入轉日及分秒 > 轉中 : 遅曆 = 入轉日及分秒 - 轉中 \quad \text{-----} (30)$$

図2 遅疾曆の関係



天正經朔入轉日及分 = $(1523059557.00 + 131904 - 73420.0600) \div 275546$
 $= 1523118040.9400 \div 275546 = (商)5527 (余) 175298.94$: 入轉日及分
 遅曆 = $175298.94 - 137773 = 37525.9400$
 正月經朔入轉日及分 = $(175298.94 + 295305.93 \times 2) \div 275546$
 $= 765,910.80 \div 275546 = (商)2 (余) 214,818.80$: 入轉日及分

$\text{遅曆} = 214,818.80 - 137773 = 77,045.80$
 $9 \text{ 月經朔入轉日及分} = (175298.94 + 295305.93 \times 10) \div 275546$
 $= 3128358.2400 \div 275546 = (\text{商})11 (\text{余}) 97352.24: \text{入轉日及分}$
 $\text{疾曆} = 97352.24$

『[求遅疾差]

置遅疾曆日及分,以十二限二十分乘之,在初限已下為初限,已上覆減中限,餘為末限。
 置立差三百二十五,以初末限乘之,加平差二萬八千一百,又以初末限乘之,用減定差一千
 一百一十一萬,餘再以初末限乘之,滿億為度,不滿退除為分秒,即遅疾差。

(以下略)』元史曆志[彙編第九]p.3397 ページ

$\text{遅疾曆日及分} \times 12.20 = \text{限数} \quad \text{-----}(31)$

$\text{限数} < \text{初限}: \text{初限} = \text{限数} \quad \text{-----}(32)$

$\text{限数} > \text{初限}: \text{末限} = \text{中限} - \text{限数} \quad \text{-----}(33)$

$\text{遅疾差} = (11110000 - (325 \times \text{初末限} + 28100) \times \text{初末限}) \times \text{初末限} \div \text{一億} \quad \text{-----}(34)$

【注】授時曆では一日の限数を 12.20 と規定しているが、正確には近点月(27.5546 日)を
 336 限に割り当てるため、一日の限数は $336/27.5546=12.19397$ 限である。計算式(34)によ
 り立成を計算し、添付表-2として添付した。なおこの計算式は 82 限でピークとなり 83
 限,84 限は値が降下するため、大統曆の立成[彙編 第十冊]p.3674 の値で補った。

正月

$\text{限数} = 7.7046 \times 12.20 = 93.9959$

$\text{末限} = 168 - 93.9959 = 74.0041$

(34)式に代入すると遅疾差 = -5.36573 (遅末④)

(立成から計算すると、遅疾差 = $-5.36567 - 0.01512 \times 0.0041 = -5.36568$)

9月

$\text{限数} = 9.7352 \times 12.20 = 118.7697$

$\text{末限} = 168 - 118.7697 = 49.2303$

(34)式に代入すると遅疾差 = 4.40067 (疾末②)

(立成から計算すると、遅疾差 = $4.38686 + 0.05939 \times 0.2303 = 4.40054$)

3. 5 定朔を求める

『[求朔弦望定日]

以經朔弦望盈縮差與遅疾差,同名相從,異名相消。【盈遅縮疾為同名,盈疾縮遅為異名。】
 以八百二十乘之,以所入遅疾限下行度除之,即為加減差,【盈遅為加,縮疾為減。】以加減
 經朔弦望日及分,即定朔弦望日及分。若定弦望分在日出分已下者,退一日,其日命甲子算
 外,各得定朔弦望日辰。定朔干名與後朔干同者,其月大;不同者,其月小;內無中氣者,為
 閏月。』元史曆志[彙編第九]p.3397-98

$(\text{盈縮差} - \text{遅疾差}) \times 820 \div \text{入遅疾限下行度} = \text{加減差} \quad \text{-----}(35)$

$(\text{入遅疾限下行度} = (\text{次限との遅疾差の階差}) + \text{限当りの平均月行速度}) \quad \text{-----}(36)$

末限-1との遅疾差の符号は疾初、遅末で正、疾末、遅初で負

$\text{經朔弦望日及分} \pm \text{加減差} = \text{定朔弦望日及分} \quad \text{-----}(37)$

$\text{定弦望分} < \text{日出分已下者}: \text{退一日} \quad \text{-----}(38)$

$\text{定朔干名} = \text{後朔干同者} \Rightarrow \text{其月大}, \text{不同者} \Rightarrow \text{其月小} \quad \text{-----}(39)$

$\text{月内中氣無} \Rightarrow \text{為閏月} \quad \text{-----}(30)$

【注】入遅疾限下行度は当該限数下での限当りの月の速度であり、1 限先の遅疾差との階差
 と平均月行速度との和となる。ここでは平均月行速度は大統曆立成に使われている 1.0963
 を使用した。(平均月行速度 = $\text{月行速度} / \text{日} \div \text{限数} / \text{日} = 13.36875 / 12.19397 = 1.0963$) (注 3)

正月

$\text{入遅疾限下行度} = (-5.36567 - (-5.38078)) + 1.0963 = 0.01512 + 1.0963 = 1.11142$

$\text{加減差} = (1.95394 + 5.36573) \times 820 \div 1.11142 = 5400.4$

(立成から計算すると、加減差 $= (1.95388 + 5.36568) \times 820 \div 1.11142 = 5400.3$)
 定朔弦望日及分 $= 12.73488 + 0.54004 = 13.27492$

9月

入遅疾限下行度 $= (4.38686 - 4.4625) + 1.0963 = -0.05939 + 1.0963 = 1.03691$

加減差 $= (-2.35469 - 4.40067) \times 820 \div 1.03691 = -5342.2$

(立成から計算すると、加減差 $= (-2.35462 - 4.40054) \times 820 \div 1.03691 = -5342.1$)

定朔弦望日及分 $= 8.97962 - 0.53422 = 8.44540$

これまでの計算をもとに元禄11年の暦をまとめたものが表2である。

表2 元禄11年(西暦1698年)の暦のまとめ

月	日数	経朔			加減差	定朔		中気			節気		
1	29	丁丑	12	7348.8	5400.4	13	2749.2	雨水	21	8894	啓蟄	37	1078
2	30	丙午	42	2654.7	4839.5	42	7494.2	春分	52	3263	清明	7	5447
3	29	丙子	11	7960.7	3372.6	12	1333.3	穀雨	22	7632	立夏	37	9816
4	29	乙巳	41	3266.6	1244.3	41	4510.9	小満	53	2000	芒種	8	4185
5	30	甲戌	10	8572.5	-1185.3	10	7387.2	夏至	23	6369	小暑	38	8553
6	29	甲辰	40	3878.4	-3520.5	40	357.9	大暑	54	738			
7	29	癸酉	9	9184.4	-5166.5	9	4017.9	処暑	24	5107	立秋	9	2922
8	30	壬寅	39	4490.3	-5819.7	38	8670.6	秋分	54	9475	白露	39	7291
9	30	壬申	8	9796.2	-5342.2	8	4454.0	霜降	25	3844	寒露	10	1660
10	29	壬寅	38	5102.2	-3602.2	38	1500.0	小雪	55	8213	立冬	40	6028
11	30	辛未	8	408.1	-801.8	7	9606.3	冬至	26	2582	大雪	11	397
12	30	辛丑	37	5714.0	2382.6	37	8096.6	大寒	56	6950	小寒	41	4766

なお『授時暦図解』には朔、望、上弦、下弦についてそれぞれ計算結果が記載されており、その加減差と今回の計算値を較べたのが表3である。ほとんどの項目に付き±2分以下に収まっており、それ以上のものは『授時暦図解』の計算に間違いがあることを確認した。

表3 加減差の計算値と『授時暦図解』との差

月	計算値				授時暦図解				差			
	朔	望	上玄	下玄	朔	望	上玄	下玄	朔	望	上玄	下玄
1	5400.4	-2170.8	287.9	4182.1	5394	-2169	287	4182	<u>6.4</u>	-1.8	0.9	0.1
2	4839.5	-997.4	-976.4	5436.5	4771	-1008	-973	5438	<u>68.5</u>	<u>10.6</u>	<u>-3.4</u>	-1.5
3	3372.6	449.4	-2150.7	5469.1	3373	449	-2152	5463	-0.4	0.4	1.3	<u>6.1</u>
4	1244.3	1882.7	-3008.3	4455.9	1245	1883	-3008	4457	-0.7	-0.3	-0.3	-1.1
5	-1185.3	2631.2	-3520.8	2534.6	-1185	2632	-3522	2535	-0.3	-0.8	1.2	-0.4
6	-3520.5	2792.0	-3369.5	333.0	-3521	2797	-3369	333	0.5	<u>-5.0</u>	-0.5	0.0
7	-5166.5	2499.6	-2268.3	-1848.6	-5168	2500	-2269	-1849	1.5	-0.4	0.7	0.4
8	-5819.7	1882.1	-501.9	-3654.9	-5821	1882	-502	-3655	1.3	0.1	0.1	0.1
9	-5342.2	981.2	1250.0	-4726.9	-5344	981	1250	-4728	1.8	0.2	0.0	1.1
10	-3602.2	-12.0	2691.8	-4851.6	-3602	-12	2693	-4853	-0.2	0.0	-1.2	1.4
11	-801.8	-924.4	3644.7	-3852.0	-802	-924	3646	-3853	0.2	-0.4	-1.3	1.0
12	2382.6	-1565.8	3991.8	-2044.4	2383	-1566	3986	-2045	-0.4	0.2	<u>5.8</u>	0.6

4. 元史と高麗史の授時暦での元・明朝の暦日の検証

授時暦での3応(閏転交応)が変更された時期を推定するために、授時暦の実施期間中の暦日と元史と高麗史に載る授時暦で計算される暦日を比較した。実施暦と両暦の月朔の干支が違ふ月を抽出したのが表4である。表4では計算値と合う場合を「○」、違ふ場合を「X」としている。表4では全部で36の月朔に差異があるが、両暦とも違ふ場合が6あり、これを除くと30となる。元史単独で違ふ月は27、高麗史単独で違ふのは3となっている。両暦とも違ふ月は朔日計算以外の問題で変更されたと考えられる。

先述の張培瑜他(2007)p. 650は3応の変更を至元三十一年(1294)としている。表4でみると1294年以降でみると確かに高麗史単独で違ふのは項目33だけの一つとなっている。しかし、1294年以前にも項目2から4まで連続で高麗史の計算が合致しており、元史に載る暦数が授時暦実施の直後に変更されていた可能性が高いと考える。李勇/張培瑜(1996)p. 17では修正された3応は授時暦経文の値に対して「実際の採用値」であるとしている。本稿の元代の食計算には至元21年(1284)の暦から高麗史の3応の値を使用し検証する。

表4 実施暦と元史及び高麗史の授時暦計算値の比較(合致:○ 相違:X)

No.	西暦	年	月	実施暦	元史	正否	高麗史	正否
1	1282	至元	19 12	丁亥	23 23	227	○	22 9893 X
2	1284	至元	21 11	甲戌	10 11	115	X	10 9843 ○
3	1285	至元	22 3	癸酉	9 10	80	X	9 9753 ○
4	1286	至元	23 3	丁卯	3 4	258	X	3 9852 ○
5	1287	至元	24 5	辛卯	27 27	206	○	26 9822 X
6	1287	至元	24 11	丁亥	23 24	474	X	24 443 X
7	1297	大徳	1 10	庚寅	26 27	204	X	26 9997 ○
8	1300	大徳	4 9	癸卯	39 38	9378	X	38 9057 X
9	1300	大徳	4 10	癸酉	9 8	7001	X	8 6614 X
10	1304	大徳	8 4	壬午	18 19	12	X	18 9622 ○
11	1305	大徳	9 4	丙子	12 13	55	X	12 9706 ○
12	1307	大徳	11 6	癸巳	29 30	152	X	29 9881 ○
13	1308	至大	1 12	乙卯	51 52	228	X	51 9991 ○
14	1313	皇慶	2 6	己未	55 56	137	X	55 9837 ○
15	1318	延祐	5 11	丁巳	53 54	344	X	53 9961 ○
16	1319	延祐	6 6	甲申	20 21	691	X	21 651 X
17	1321	至治	1 7	壬申	8 9	79	X	8 9951 ○
18	1324	泰足	1 5	乙酉	21 22	258	X	21 9990 ○
19	1326	泰足	3 10	辛未	7 8	331	X	7 9932 ○
20	1330	至順	1 5	辛亥	47 48	185	X	47 9872 ○
21	1330	至順	1 11	丁丑	13 14	69	X	13 9984 ○
22	1337	至元	3 1	壬寅	38 39	279	X	38 9921 ○
23	1339	至元	5 9	丙辰	52 53	1047	X	53 1002 X
24	1340	至元	6 1	甲寅	50 51	10	X	50 9829 ○
25	1344	至正	4 6	戊午	54 55	51	X	54 9934 ○
26	1344	至正	4 12	丙辰	52 53	96	X	52 9766 ○
27	1352	至正	12 7	辛未	7 8	29	X	7 9744 ○
28	1366	至正	26 8	庚戌	46 47	69	X	46 9952 ○
29	1370	洪武	3 2	庚申	56 57	75	X	57 21 X
30	1371	洪武	4 1	乙酉	21 22	19	X	21 9786 ○
31	1372	洪武	5 3	戊申	44 45	46	X	44 9892 ○
32	1373	洪武	6 7	庚子	36 37	26	X	36 9973 ○
33	1378	洪武	11 8	辛丑	37 37	211	○	36 9835 X
34	1380	洪武	13 11	丁亥	23 24	246	X	23 9861 ○
35	1381	洪武	14 9	壬午	18 19	53	X	18 9949 ○
36	1382	洪武	15 6	戊寅	14 15	4	X	14 9930 ○

注:例えば項目1の元史・授時暦の計算値は23(丁亥)+227/10000を示し実施暦と合致。

5. 授時暦による日食の計算

ここでは小泉光保「授時暦図解」との比較のため元禄 11 年 9 月朔の日食を授時暦法により計算する。三応については比較のために「元史・授時暦」の値を使用する。

『 歩交會第六

交終分, 二十七萬二千一百二十二分二十四秒。

交終, 二十七日二千一百二十二分二十四秒。

交中, 十三日六千六十一分一十二秒。

交差, 二日三千一百八十三分六十九秒：

交望, 十四日七千六百五十二分九十六秒半。

交應, 二十六萬一百八十七分八十六秒。

交終, 三百六十三度七十九分三十四秒。

交中, 一百八十一度八十九分六十七秒。

正交, 三百五十七度六十四分。

中交, 一百八十八度五分。

日食陽曆限, 六度。 定法, 六十。

陰曆限, 八度。 定法, 八十。

月食限, 十三度五分。定法, 八十七。

[推天正經朔入交]

置中積, 加交應, 減閏餘, 滿交終分, 去之; 不盡, 以日周約之為日, 不滿為分秒, 即天正經朔入交汎日及分秒。【上考者, 中積內加所求閏餘, 減交應, 滿交終去之, 不盡, 以減交終, 餘如上】

[求次朔望入交]

置天正經朔入交汎日及分秒, 以交望累加之, 滿交終日, 去之, 即為次朔望入交汎日及分秒。

[求定朔望及每日夜半入交]

各置入交汎日及分秒, 減去經朔望小餘, 即為定朔望夜半入交。若定日有增損者, 亦如之。否則因經為定, 大月加二日, 小月加一日, 餘皆加七千八百七十七分七十六秒, 即次朔夜半入交; 累加一日, 滿交終日, 去之, 即每日夜半入交汎及分秒。

[求定朔望加時入交]

置經朔望入交汎日及分秒, 以定朔望加減差加減之, 即定朔望加時入交日及分秒。

[求交常交定度]

置經朔望入交汎日及分秒, 以月平行度乘之, 為交常度; 以盈縮差盈加縮減之, 為交定度。』元史曆志[彙編第九]p. 3416-18

$$(中積 + 交應 - 閏餘) \div 交終分 = (商 1) (余 1) \text{ 天正經朔入交汎日及分秒 } \text{-----} (31)$$

$$\text{天正經朔入交汎日及分秒} + \text{望差} = \text{次望入交汎日及分秒} \text{-----} (32)$$

$$\text{天正經朔入交汎日及分秒} + \text{望差} \times 2 = \text{次朔入交汎日及分秒} \text{-----} (33)$$

$$\text{入交汎日及分秒} - \text{經朔望小餘} = \text{定朔望夜半入交} \text{-----} (34)$$

$$\text{定朔望夜半入交} + 20000 (\text{大}) \text{ or } 10000 (\text{小月}) + 7877.76 = \text{次朔夜半入交} \text{-----} (35)$$

$$\text{定朔望夜半入交} + 10000 = \text{每日夜半入交汎及分秒} \text{-----} (36)$$

$$\text{經朔望入交汎日及分秒} \pm \text{加減差} = \text{定朔望加時入交日及分秒} \text{-----} (37)$$

$$\text{經朔望入交汎日及分秒} \times \text{月平行度乘之} = \text{交常度} \text{-----} (38)$$

$$\text{交常度} \pm \text{盈縮差 (盈加縮減)} = \text{交定度} \text{-----} (39)$$

$$(1523059557.00 + 260187.86 + 73420.060) = 1523246324.800$$

$$1523246324.800 \div 272122.240 = (\text{商}) 5597 (\text{余}) 178147.520 : \text{天正經朔入交汎日及分秒}$$

$$178147.520 + 147652.965 = \text{望入交汎日及分秒}$$

9 月朔の入交汎日は、10 ヶ月先なので、

$$178147.520 + 147652.965 \times 2 \times 10 = 3131206.82$$

$$3131206.82 \div 272122.240 = (\text{商}) 11 (\text{余}) 137862.18 : 9 \text{ 月朔入交汎日及分秒}$$

$$137862.18 \times 13.36875 / 10000 = 184.304502 : \text{交常度}$$

$$184.304502 - 2.3547 = 181.9498 : \text{交定度}$$

『 [求日月食甚定分]

日食：視定朔分在半月周已下，去減半周，為中前：已上，減去半周，為中後；與半周相減、相乘，退二位，如九十六而一，為時差；中前以減，中後以加，皆加減定朔分，為食甚定分；以中前後分各加時差，為距午定分。』元史曆志[彙編第九]p. 3418

$$\begin{aligned} \text{定朔分} < \text{在半月周} &: \text{在半月周} - \text{定朔分} = \text{中前} & \text{-----} (40) \\ \text{定朔分} > \text{在半月周} &: \text{定朔分} - \text{在半月周} = \text{中後} & \text{-----} (41) \\ (\text{半月周} - (\text{中前 or 中後})) \times (\text{中前 or 中後}) \div 100 \div 96 &= \text{時差} (\text{中前一}, \text{中後}+) & \text{-----} (42) \\ \text{定朔分} \pm \text{時差} &= \text{食甚定分} & \text{-----} (43) \\ \text{中前後分} + \text{時差} &= \text{距午定分} & \text{-----} (44) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{定朔分}(4454) < \text{在半月周}(5000) &: \text{中前} = 5000 - 4454 = 546 \\ \text{時差} &= (5000 - 546) \times 546 \div 100 \div 96 = 253.3 (\text{中前一}) \\ \text{食甚定分} &= 4454 - 253.3 = 4200.7 \\ \text{距午定分} &= 546 + 253.3 = 799.3 \end{aligned}$$

『 [求日月食甚入盈縮曆及日行定度]

置經朔望入盈縮曆日及分，以食甚日及定分加之，以經朔望日及分減之，即為食甚入盈縮曆；依日躔術求盈縮差，盈加縮減之，為食甚入盈縮曆定度。』(彙編、3418-19 ページ)

$$\begin{aligned} \text{食甚入盈縮曆} &= \text{經朔望入盈縮曆日及分} + \text{食甚日及定分} - \text{經朔望日及分} \\ &= \text{經朔望入盈縮曆日及分} + \text{定朔望分} \pm \text{時差} - \text{經朔望日及分} \\ &= \text{經朔望入盈縮曆日及分} \pm \text{加減差} \pm \text{時差} & \text{-----} (45) \\ \text{食甚入盈縮曆} \pm \text{盈縮差} &= \text{食甚入盈縮曆定度} & \text{-----} (46) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{食甚入盈縮曆} &= 1053426.74 - 5342.2 - 253.3 = 1047831.24 \\ \text{末限} &= \text{半歲周} - \text{入縮曆} = 1826212.5 - 1047831.24 = 778381.29 \\ \text{盈縮差} &= (5133200 - (31 \times \text{初末限} + 24600) \times \text{初末限}) \times \text{初末限} \div 100000000 \\ \text{末限} &= 77.838129 \text{ を代入すると、盈縮差} = -2.3589 \\ \text{食甚入盈縮曆定度} &= 104.783124 - 2.3589 = 102.424 \end{aligned}$$

『 [求南北差]

視日食甚入盈縮曆定度，在象限已下，為初限；已上，用減半歲周，為末限；以初末限度自相乘，如一千八百七十而一，為度，不滿，退除為分秒；用減四度四十六分，餘為南北汎差；以距午定分乘之，以半晝分除之，所得，以減汎差，為定差。【汎差不及減者，反減之為定差，應加者減之，應減者加之。】在盈初縮末者，交前陰曆減，陽曆加，交後陰曆加，陽曆減；在縮初盈末者，交前陰曆加，陽曆減，交後陰曆減，陽曆加。』元史曆志[彙編第九]p. 3419

$$\begin{aligned} \text{視日食甚入盈縮曆定度} < \text{象限} &\Rightarrow \text{初限} \\ \text{視日食甚入盈縮曆定度} > \text{象限} &\Rightarrow \text{末限} : \text{半歲周} - \text{入縮曆} & \text{-----} (47) \\ 4.46 - \text{初末限} \times \text{初末限} \div 1870 &= \text{南北汎差} & \text{-----} (48) \\ \text{南北汎差} - (\text{南北汎差} \times \text{距午定分} \div \text{半晝分}) &= \text{定差} & \text{-----} (49) \\ \text{南北差の符号を表 5 に示す。定差が負の場合には逆となる。} & \\ \text{半晝分については立成を付表 3 に添付した。} & \end{aligned}$$

なお表 5 及び表 6 にある陽曆/陰曆並びに交前/交後については、[求日食入陰陽曆去交前後度] (式(55)から(58)を参照) の規定で区分する。ただし中交限/正交限の代わりに補正前の中交度(188.05)/正交度(357.64)を用いる。

この日食の交定度は 181.9498 なので、交定度 (181.9498) < 中交度(188.05)、したがって表 5 及び表 6 では、陽曆交前の欄を使用する。

表5 南北定差の符号

	南北定差			
	陽暦交前	陰暦交後	陰暦交前	陽暦交後
盈初①	+	+	-	-
盈末②	-	-	+	+
縮初③	-	-	+	+
縮末④	+	+	-	-

末限 = $182.62125 - 102.424 = 80.197$ (縮末④)

南北汎差 = $4.46 - 80.197 \times 80.197 \div 1870 = 1.021$

半晝分は付表3の立成より、冬(縮末④)の末限 = 80.197 で比例計算すると

半晝分 = $2398.54 + 9.0 \times 0.197 = 2400.3$

南北定差 = $1.021 - (1.021 \times 799.3 \div 2400.3) = 0.6810$

縮末④で陽暦交前の食なので符号は「+」。

『 [求東西汎差]

視日食甚入盈縮曆定度，與半歲周相減相乘，如一千八百七十而一，為度，不滿，退除為分秒，為東西汎差；以距午定分乘之，以日周四分之一除之，為定差。【若在汎差已上者，倍汎差減之，餘為定差，依其加減。】在盈中前者，交前陰曆減，陽曆加；交後陰曆加，陽曆減；中後者，交前陰曆加，陽曆減；交後陰曆減，陽曆加。在縮中前者，交前陰曆加，陽曆減；交後陰曆減，陽曆加；中後者，交前陰曆減，陽曆加；交後陰曆加，陽曆減。』元史曆志[彙編第九]p. 3419

東西汎差 = 食甚入盈縮曆定度 $\times$ (半歲周 - 食甚入盈縮曆定度) $\div$ 1870 -----(50)

東西定差 = 東西汎差 $\times$ 距午定分 $\div$ (日周 $\div$ 4) -----(51)

若し、結果が東西定差 > 東西汎差ならばさらに、

東西定差 = 東西汎差 $\times$ 2 - 東西定差 -----(52)

表6 東西定差の符号

	東西定差			
	陽暦交前	陰暦交後	陰暦交前	陽暦交後
盈中前(午前)	+	+	-	-
盈中後(午後)	-	-	+	+
縮中前(午前)	-	-	+	+
縮中後(午後)	+	+	-	-

東西汎差 = $102.424 \times (182.62125 - 102.424) \div 1870 = 4.3926$

東西定差 = $4.3926 \times 799.3 \div 2500 = 1.4044$ (東西汎差 > 東西定差)

縮中前(午前)で陰暦交前の食なので符号は「-」。

『 [求日食正交中交限度]

置正交，中交度，以南北東西差加減之，為正交、中交限度及分秒。

[求日食入陰陽曆去交前後度]

視交定度，在中交限已下，以減中交限，為陽曆交前度；已上，減去中交限，為陰曆交後度；在正交限已下，以減正交限，為陰曆交前度；已上，減去正交限，為陽曆交後度。』元史曆志[彙編第九]p. 3419-20

正交度 $\pm$ 南北差 $\pm$ 東西差 = 正交限度及分秒 -----(53)

中交度 $\pm$ 南北差 $\pm$ 東西差 = 中交限度及分秒 -----(54)

交定度 < 中交限：以減中交限，為陽曆交前度 -----(55)

交定度 > 中交限：減去中交限，為陰曆交後度 -----(56)

交定度 < 正交限：以減正交限，為陰曆交前度 -----(57)

交定度 > 正交限：減去正交限，為陽曆交後度 -----(58)

$188.05 + 0.6810 - 1.4044 = 187.327$: 中交限度及分秒
 交定度 = 181.9498 なので、交定度 < 中交限 (187.327)
 陽曆交前度 = $187.327 - 181.9498 = 5.377$

『 [求日食分秒]
 視去交前後度, 各減陰陽曆食限, 【不及減者不食。】餘如定法而一, 各為日食之分秒。』
 元史曆志[彙編第九]p. 3420

日食 : (陰陽曆食限 - 去交前後度) ÷ 定法 = 日食之分秒 ----- (59)
 (これがマイナスの場合は不食)

陽曆なので食限 = 6.0 定法 = 60。 代入すると、
 $(6.0 - 5.377) \div 60 = 0.01038$ (1 分) : 食分

『 [求日食定用及三限辰刻]
 置日食分秒, 與二十分相減・相乗, 平方開之, 所得, 以五千七百四十乗之, 如入定限行度
 而一, 為定用分; 以減食甚定分, 為初虧; 加食甚定分, 為復圓; 依發歛求之, 為日食三限辰
 刻。』元史曆志[彙編第九]p. 3420-21

$\text{root}(\text{食分} \times (20 - \text{食分})) \times 5740 \div \text{入定限行度} = \text{定用分}$ ----- (60)

食甚定分 - 定用分 = 初虧 ----- (61)

食甚定分 + 定用分 = 復圓 ----- (62)

なお入定限行度は授時曆図解の[求日食定用及び三限辰刻]説明に『經朔望遲疾曆を置いて、
 食甚定限分を以て之を加え、經朔望日分減じ、其の遲疾曆の余りを得て、820 で割り、初末
 限を得て、行度を求む』とある。(注 4) これは食甚時の限行度を求めていることになる。

入定限 = (經朔望遲疾曆 + 食甚定限 - 經朔望日分) ÷ 820
 = (經朔望遲疾曆 + 定朔望分 ± 時差 - 經朔望日分) ÷ 820
 = (經朔望遲疾曆 ± 加減差 ± 時差) ÷ 820 ----- (63)

入定限 = $(97352 - 5342.2 - 253.3) \div 820 = 111.90$
 = $168 - 111.90 = 56.1$ (疾末②)

付表 - 2 の月の立成の疾末限 = 56.1 より、入定限行度 = 1.04808

定用分 = $\text{root}(1.038 \times (20 - 1.038)) \times 5740 \div 1.0481 = 24296$ (2 刻 43 分)

食甚定分 = 4200.7

初虧 = $4200.7 - 243.0 = 3957.7$

復圓 = $4200.7 + 243.0 = 4443.7$

表 7 日食計算結果まとめ

	『授時曆図解』	計算結果
蝕分	1 分	1.038 分
定用刻數	2 刻 38 分	2 刻 43 分
蝕甚	42 刻	42 刻

注：授時曆図解では食分の少数以下を略しているため定用刻数に差がでている。

6. 授時暦による月食の計算

元禄 11 年(西暦 1698 年)には授時暦で予測される月食は無いため、ここでは渋川晴海が「食考」で示した予報の中にある延宝 2 年 6 月 14 日(1674/7/17)の月食の計算例を示す。三応については比較のために渋川春海と同じく「高麗史・授時暦」の値を使用する。

(1) 天正冬至を求める

至元十八年(1281 年)から延宝 2 年(1674 年)まで距算は

$$\text{距算} = \text{暦年} - \text{暦元(至元十八年)} = 1674 - 1281 = 393$$

$$\text{歳實} = 3652425 - \text{距算}/100 = 3652425 - \text{int}(393/100) = 3652422$$

$$\text{中積} = \text{積年} \times \text{歳實} = 393 \times 3652422 = 1435401846$$

$$\text{通積} = \text{中積} + \text{氣應} = 1435401846 + 550600 = 1435952446$$

$$\text{天正冬至日分} = \text{mod}(1435952446, 600000) = 152446 :$$

$$152446 \div 10000 = (\text{商}) 15(\text{己卯}) : \text{冬至日干支}(\text{余}) 2446 : \text{冬至分}$$

(2) 6 月經望を求める

$$\text{閏積} = \text{中積} + \text{閏應} = 1435401846 + 202050 = 1435603896$$

$$\text{閏餘} = \text{mod}(\text{閏積}, \text{朔實}) = \text{mod}(1435603896, 295305.93) = 121770.27$$

$$\text{朔積} = \text{通積} - \text{閏餘} = 1435952446 - 121770.27 = 1435830675.73$$

$$\text{天正經朔日分} = \text{mod}(1435830675.73, 600000) = 30675.73$$

$$= 3(\text{丁卯}) : \text{天正經朔日}(\text{余}) + 675.73 : \text{天正經朔分}$$

$$\text{天正經望日分} = \text{天正經朔日分} + \text{望朔} = 30675.73 + 147652.965 = 178328.70$$

$$6 \text{ 月望日分} = 178328.70 + 295305.93 \times 7 = 2245470.21 = 445470.21$$

$$= 44(\text{戊辰}) : \text{天正經朔日}(\text{余}) + 5470.21 : \text{天正經朔分}$$

(3) 6 月定望を求める

3-1) 盈縮差を求める

$$\text{天正入盈曆} = \text{半歳周} - \text{閏餘日分} = 1826212.5 - 121770.27 = 1704442.23$$

$$\text{天正望入盈曆} = \text{天正入盈曆} + \text{望朔} = 1704442.23 + 147652.97 = 1852095.2 = 25882.7$$

$$6 \text{ 月望入盈縮曆} = 25882.7 + 295305.93 \times 7 = 2093024.21 (\text{縮初③})$$

$$\text{初限} = \text{入縮曆} - \text{半歳周} = 2093024.21 - 1826212.5 = 266811.71$$

$$\text{縮初③なので(24)式に初限} = 26.68117 \text{ を代入すると、盈縮差} = -1.13708$$

3-2) 遅疾差を求める

$$\text{天正經朔入轉日及分} = (\text{中積} + \text{轉應} - \text{閏餘}) = (1435401846.0 + 130205.0 - 121770.27)$$

$$= \text{mod}(1435410280.73, 275546) = 91166.73 : \text{入轉日及分}$$

$$\text{天正經望入轉日及分} = \text{天正經朔入轉日及分} + \text{望朔} = 91166.73 + 147652.97 = 238819.7$$

$$6 \text{ 月經望入轉日及分} = \text{mod}((238819.7 + 295305.93 \times 7), 275546) = 101593.21 (\text{疾末②})$$

$$\text{限数} = 10.159321 \times 12.20 = 123.9437$$

$$\text{末限} = 168 - 123.9437 = 44.0563$$

$$\text{疾末②なので(34)式に代入すると遅疾差} = 4.07133$$

3-3) 望定日を求める

$$\text{付表—2 疾末② 末限} = 44.0563 \text{ より入遅疾限下行度} = 1.02952$$

$$\text{加減差} = (-1.13708 - 4.07133) \times 820 \div 1.02952 = -4148.4(\text{分})$$

$$\text{定望日及分} = \text{經望} + \text{加減差} = 44.54702 - 0.41484 = 44.13218$$

(4) 交定度を求める

$$\text{天正經朔入交汎日分} = \text{mod}((\text{中積} + \text{交應} - \text{閏餘}), \text{交終分})$$

$$= \text{mod}((1435401846.0 + 260388.0 - 121570.27), 272122.24)$$

$$= \text{mod}(14355540463.73, 272122.24) = 95647.73$$

$$\text{天正望入交汎日及分} = 95647.73 + 147652.965 (\text{望策}) = 243300.695$$

6 月朔の入交汎日は、7 ヶ月先なので、

$$6 \text{ 月朔の入交汎日} = \text{mod}(243300.695 + 295305.93 (\text{朔策}) \times 7, 272122.240)$$

$$= \text{mod}(2310442.205, 272122.24) = 133464.285$$

$$\text{交常度} = \text{經朔望入交汎日} \times \text{月平行度} = 133464.285 \times 13.36875/10000 = 178.4251$$

$$\text{交定度} = \text{交常度} \pm \text{盈縮差}(\text{盈加縮減}) = 178.4251 - 1.13708 = 177.2880$$

(5) 月食甚定分を求める

『[求日月食甚定分]

月食：視定望分在日周四分之一已下，為卯前；已上，覆減半周，為卯後；在四分之三已下，減去半周，為酉前；已上，覆減日周，為酉後。以卯酉前後分自乘，退二位，如四百七十八而一，為時差；子前以減，子後以加，皆加減定望分，為食甚定分；各依發歛求之，即食甚辰刻。』
元史曆志[彙編第九]p. 3418

月食：

$$\text{定望分} < \text{日周}/4 : \text{卯前分} \quad \text{-----}(64)$$

$$\text{定望分} > \text{日周}/4 : \text{半日周} - \text{定望分} = \text{卯後分} \quad \text{-----}(65)$$

$$\text{定望分} < \text{日周} \times 3/4 : \text{定望分} - \text{半日周} = \text{酉前分} \quad \text{-----}(66)$$

$$\text{定望分} > \text{日周} \times 3/4 : \text{日周} - \text{定望分} = \text{酉後分} \quad \text{-----}(67)$$

$$(\text{卯酉前後分}) \times (\text{卯酉前後分}) \div 100 \div 478 = \text{時差} (\text{子前一}, \text{子後}+) \quad \text{-----}(68)$$

$$\text{定望分} \pm \text{時差} = \text{食甚定分} \quad \text{-----}(69)$$

6 月望日分=1321.8 なので、

卯前分=1321.8

$$\begin{aligned} \text{時差} (\text{子前一}, \text{子後}+) &= (\text{卯酉前後分}) \times (\text{卯酉前後分}) \div 100 \div 478 \\ &= 1321.8 \times 1321.8 \div 100 \div 478 = 36.55 \end{aligned}$$

$$\text{食甚定分} = 1321.8 + 36.55 = 1358.4$$

(6) 月食甚入盈縮曆を求める

食甚入盈縮曆=經朔望入盈縮曆日及分±加減差±時差

$$= 266811.71 - 4148.4 + 36.55 = 262700.0 \text{ 縮初} \textcircled{3}$$

初限=26.270 を(24)式に代入すると、盈縮差=-1.122

$$\text{食甚入盈縮曆定度} = 26.270 - 1.122 = 25.148$$

(7) 月食入陰陽曆去交前後度を求める

『[求月食入陰陽曆去交前後度]

視交定度，在交中度已下，為陽曆；已上，減去交中，為陰曆。視入陰陽曆，在後準十五度半已下，為交後度；前準一百六十六度三十九分六十八秒已上，覆減交中，餘為交前度及分。』元史曆志[彙編第九]p. 3420

月食

$$\text{交定度} < \text{交中度} : \text{陽曆} \quad \text{-----}(70)$$

$$\text{交定度} > \text{交中度} : \text{交中度} - \text{交中} \Rightarrow \text{陰曆} \quad \text{-----}(71)$$

$$\text{陰陽曆} < \text{後準}(15.5) : \text{交後度} \quad \text{-----}(72)$$

$$\text{陰陽曆} > \text{前準}(166.3968) : \text{交中} - \text{陰陽曆} \Rightarrow \text{交前度} \quad \text{-----}(73)$$

交定度(177.2880) < 交中(181.8967) より陽曆月食

$$\text{陽曆交前度} = \text{交中}(181.8967) - \text{交定度}(177.2880) = 4.6087$$

(8) 月食分を求める

『[求月食分秒]

視去交前後度，【不用南北東西差者。】用減食限，【及減者不食。】餘如定法而一，為月食之分秒。』元史曆志[彙編第九]p. 3420

$$\text{月食} : (\text{食限} - \text{去交前後度}) \div \text{定法} = \text{月食之分秒} \quad \text{----}(74)$$

食限=13.05 定法=87 を代入すると、

$$\text{食分} = (13.05 - 4.6087) \div 87 = 0.09703 \text{ (9.7 分)}$$

(9)月食継続時間を求める

『[求月食分秒]

視去交前後度，【不用南北東西差者。】用減食限，【及減者不食。】餘如定法而一，為月食之分秒。

[求月食定用及三限五限辰刻]

置月食分秒，與三十分相減・相乘，平方開之；所得，以五千七百四十乘之，如入定限行度而一，為定用分；以減食勘定分，為初虧；加食甚定分，為復圓；依發歛求之，即月食三限辰刻。（以下略）

月食既者以既内分與一十分相減・相乘平方開之，所得，以五千七百四十乘之，如入定限行度而一，為既内分；用減定用分，為既外分；以定用分減食甚定分，為初虧；加既外為食既；又加既内為食甚；再加既内，為生光；復加既外為復圓；依發歛求之即月食五限辰刻。』元史曆志[彙編第九]p.3421

$$\text{root}(\text{食分} \times (30 - \text{食分})) \times 5740 \div \text{入定限行度} = \text{定用分} \quad \text{-----}(75)$$

$$\text{食甚定分} - \text{定用分} = \text{初虧} \quad \text{-----}(76)$$

$$\text{食甚定分} + \text{定用分} = \text{復圓} \quad \text{-----}(77)$$

[皆既月食の場合]

$$\text{食分} - 10 = \text{既内食分} \quad \text{-----}(78)$$

$$\text{root}(\text{既内食分} \times (10 - \text{既内食分})) \times 5740 \div \text{入定限行度} = \text{既内分} \quad \text{-----}(79)$$

$$\text{定用分} - \text{既内分} = \text{既外分} \quad \text{-----}(80)$$

$$\text{食甚定分} - \text{定用分} = \text{初虧} \quad \text{-----}(81)$$

$$\text{初虧} + \text{既外分} = \text{食既} \quad \text{-----}(82)$$

$$\text{食既} + \text{既内分} = \text{食甚} \quad \text{-----}(83)$$

$$\text{食甚} + \text{既内分} = \text{生光} \quad \text{-----}(84)$$

$$\text{生光} + \text{既外分} = \text{復圓} \quad \text{-----}(85)$$

$$\begin{aligned} \text{入定限} &= (6 \text{ 月經望入轉日及分} \pm \text{加減差} \pm \text{時差}) \div 820 \\ &= (101593.21 - 4148.4 + 36.55) \div 820 = 118.8797 \\ &= 168 - 118.8797 = 49.1203 \text{ (疾末②)} \end{aligned}$$

$$\text{付表-2の月の立成の疾末限} = 49.1203 \text{ より } \text{入定限行度} = 1.03691$$

$$\begin{aligned} \text{定用分} &= \text{root}(\text{食分} \times (30 - \text{食分})) \times 5740 \div \text{入定限行度} \\ &= \text{root}(9.703 \times (30 - 9.703)) \times 5740 \div 1.03691 = 77685 \text{ (7刻77分)} \end{aligned}$$

$$\text{食甚定分} = 1358.4 \text{ (3時16分)}$$

$$\text{初虧} = \text{食甚定分} - \text{定用分} = 1358.4 - 776.9 = 581.5 \text{ (1時24分)}$$

$$\text{復圓} = \text{食甚定分} + \text{定用分} = 1358.4 + 776.9 = 2135.3 \text{ (5時7分)}$$

食分と時刻の計算結果を表8にまとめた。計算時刻は『食考』の寅卯よりも丑寅に近いが、実際の月食は京都の地方時(LMT)で2時33分～6時9分と約1時間遅れで発生している。

表8 月食計算結果まとめ

	『食考』	計算結果
蝕分	9/10分	9.7分
時刻	寅卯	丑1刻～(寅)～卯初刻

7. 授時暦法による日食と月食の計算結果のまとめ

元朝における授時暦の施行期間中至元 19 年(1282)～至正 27 年(1368 年)の計算結果を付表 4 に添付した。表には授時暦の計算結果と共に、頒暦への記載の有無、Oppolzer の食表にある食番号、サロス番号、筆者作成の日食計算ソフト Emapwin による現代の日食計算方法による計算結果を記載した。

附表 4 の計算結果をもとに日食予報の的中率をまとめたものが表 9 である。左の欄が授時暦の全日食、右がこの期間の宣明暦における食予報の的中率である。これによると授時暦の計算結果としては、日食や帯食として予報された日食の的中率は 83.8%、非食とした日食の内実現したものが 2 個あるのでそれを分母に加えると、的中率は約 80%。宣明暦にて同じ期間の日食を計算した場合の的中率は総合で 66.0%となっている。同じ条件でくらべると宣明暦の 66%から授時暦では 80%と 14%の予測結果が改善されている。内容を見ると帯食の予測が約倍に改善されているので、主に予測時刻の改善によるものと考えられる。

表 9 授時暦による日食計算結果 (至元 19 年(1282)～至正 27 年(1368 年))のまとめ

	授時暦 全日食			宣明暦 全日食		
	全数	実現数	的中率	全数	実現数	的中率
日食(a)	25	20	80.0%	29	23	79.3%
帯食(b)	12	11	91.7%	16	8	50.0%
夜食(c)	41	0		27	0	
非食(d)		2			2	
小計	37	31	83.8%	45	31	68.9%
総合	39	31	79.5%	47	31	66.0%

注：総合には(a)(b)以外の予報しなかった日食の実現数(d)を分母に加えた。

図 3 は授時暦法と宣明暦法による食甚時刻(日食の最大食の時刻)と実際の日食の食甚時刻(現代の計算による)の差を年間で表したグラフである。グラフから宣明暦法の変動幅は約 4 時間(±2 時間)が授時暦では約 1 時間(±0.5 時間)と改善していることがわかる。これが表 9 の帯食の予測確率が上がった要因である。これは定朔の計算時に平均速度ではなく実速度を採用したことによる。なお授時暦の誤差の平均値は 1.5 分とほぼ 0 であるが、3 応を変更前の値を使うと平均誤差が+30 分となり、3 応の調整は月朔時刻の修正であった。

図 3 暦法による食甚時刻と実際の日食との誤差(実際の日食の食甚時刻が基準)

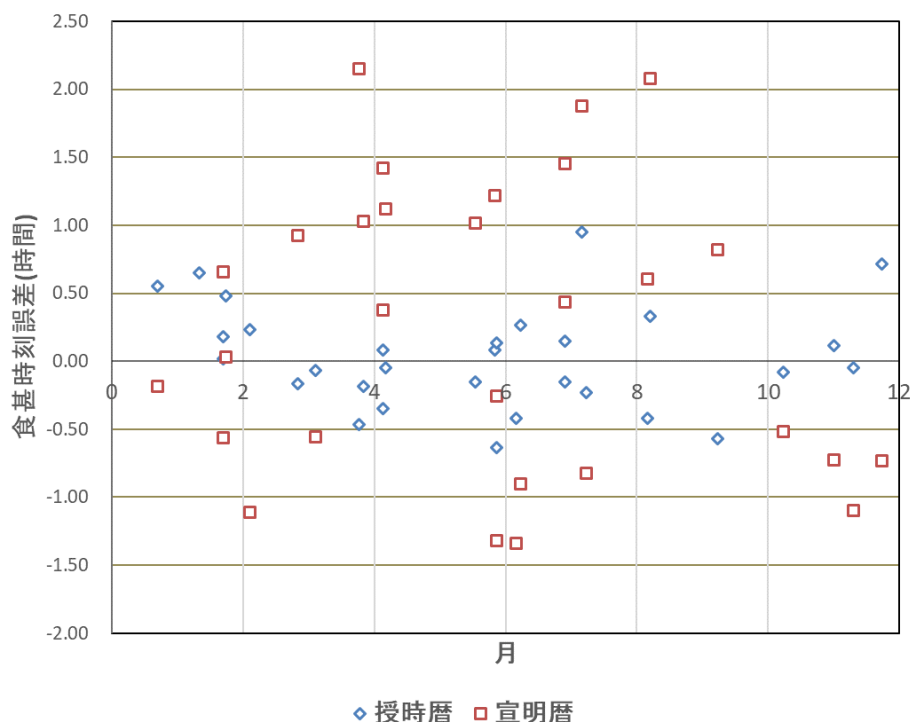


図3の授時暦において、中央の+1時間の誤差がある日食(1282年8月)は、オリジナルの元史・授時暦の3応のまま計算した値。

授時暦の施行期間中(至元19年(1282)～至正27年(1368年))の月食の計算結果を日食と同様の形式で付表5に添付した。表10に授時暦と宣明暦による月食計算結果をまとめた。全月食で見ると予想した月食の的中率は92.06%、予想せずに発生した3個の月食を分母に含めると的中率は89.0%となる。予想してはずれた月食は7個あるが全て半影食である。同じ期間での宣明暦の的中率は72.7%、予想せずに発生した月食4個を含めると70.2%となる。予想してはずれた月食は30個あるがその内の23個が半影食である。半影食は月の大きさを大きめに推定しているためにおきている現象で、授時暦は小さくしたために宣明暦よりは改善しているがまだ7個もあることがわかる。これは中国の暦法では月の大きさを固定で持っているために起きる現象である。また食甚時刻が正確になっているため帯食で昼食を予測することがほぼなくなっている。

表10 授時暦による月食計算結果(至元19年(1282)～至正27年(1368年))のまとめ

	授時暦 全月食					宣明暦 全月食				
	全数 (A)	半影食	昼食	実現数 (B)	的中率 (B/A)	全数 (A)	半影食	昼食	実現数 (B)	的中率 (B/A)
月食(a)	56	7	0	49	87.5%	69	22		47	68.1%
帯食(b)	32	0	0	32	100.0%	41	1	7	33	80.5%
昼食(c)	66			3		55			4	
小計 (a+b)	88			81	92.0%	110			80	72.7%
総合	91	7	0	81	89.0%	114	23	7	80	70.2%

注：総合には(a)(b)以外の予報しなかった日食の実現数(c)を分母に加えた。

8. 授時暦の改善点のまとめ。

No.	変更点	変更による改善項目および改善度
1	月朔時刻の計算を平均速度から実速度に変更した。 (別項-1 項目 3. 3)を参照)	1) 誤差が±2時間から±30分に改善した。 2) 日食の的中率が1割強改善した。 3) 月食の的中率が約6%改善した。
2	月食計算における影の大きさを小さくした。 (別項-1 項目 4. 3を参照)	1) 半影食の予測が大幅に現象し、的中率が1割強改善した。
3	3応の暦数変更 (本文 項目 2. を参照)	1) 月朔時刻が平均で約30分早くなり、平均がほぼ0となった。 2) 日月食の帯食の的中率を改善した。

9. おわりに

以上のように授時暦では宣明暦より食の的中率は日食が約1割、月食が2割程度改善した。しかし、授時暦は平均値で求める唐代の暦法の延長線上にあるため、西洋の天文学が実現する100%に近い的中率及び食の発生時刻の正確性を求めるには限界があった。

付表1 太陽の立成

限度	①盈初(+)/④縮末(-)			②盈末(+)/③縮初(-)		
	損益	盈縮積度	盈限行度	損益	盈縮積度	盈限行度
0	0.05109	0.00000	1.05109	0.04848	0.00000	0.95152
1	0.05059	0.05109	1.05059	0.04804	0.04848	0.95196
2	0.05010	0.10168	1.05010	0.04760	0.09653	0.95240
3	0.04960	0.15177	1.04960	0.04715	0.14412	0.95285
4	0.04910	0.20137	1.04910	0.04670	0.19127	0.95330
5	0.04860	0.25047	1.04860	0.04625	0.23797	0.95375
6	0.04809	0.29907	1.04809	0.04580	0.28422	0.95420
7	0.04759	0.34716	1.04759	0.04535	0.33002	0.95465
8	0.04708	0.39475	1.04708	0.04489	0.37537	0.95511
9	0.04657	0.44184	1.04657	0.04443	0.42026	0.95557
10	0.04606	0.48841	1.04606	0.04398	0.46469	0.95602
11	0.04555	0.53447	1.04555	0.04352	0.50867	0.95648
12	0.04504	0.58002	1.04504	0.04305	0.55218	0.95695
13	0.04452	0.62506	1.04452	0.04259	0.59524	0.95741
14	0.04400	0.66958	1.04400	0.04213	0.63783	0.95787
15	0.04348	0.71358	1.04348	0.04166	0.67995	0.95834
16	0.04296	0.75707	1.04296	0.04119	0.72161	0.95881
17	0.04244	0.80003	1.04244	0.04072	0.76281	0.95928
18	0.04191	0.84246	1.04191	0.04025	0.80353	0.95975
19	0.04138	0.88438	1.04138	0.03978	0.84378	0.96022
20	0.04086	0.92576	1.04086	0.03930	0.88356	0.96070
21	0.04032	0.96662	1.04032	0.03883	0.92286	0.96117
22	0.03979	1.00694	1.03979	0.03835	0.96169	0.96165
23	0.03926	1.04673	1.03926	0.03787	1.00004	0.96213
24	0.03872	1.08599	1.03872	0.03739	1.03792	0.96261
25	0.03818	1.12471	1.03818	0.03691	1.07531	0.96309
26	0.03764	1.16289	1.03764	0.03642	1.11221	0.96358
27	0.03710	1.20053	1.03710	0.03594	1.14864	0.96406
28	0.03655	1.23763	1.03655	0.03545	1.18458	0.96455
29	0.03601	1.27418	1.03601	0.03496	1.22003	0.96504
30	0.03546	1.31019	1.03546	0.03447	1.25499	0.96553
31	0.03491	1.34565	1.03491	0.03398	1.28946	0.96602
32	0.03436	1.38056	1.03436	0.03349	1.32344	0.96651
33	0.03381	1.41492	1.03381	0.03299	1.35693	0.96701
34	0.03325	1.44873	1.03325	0.03249	1.38992	0.96751
35	0.03269	1.48198	1.03269	0.03199	1.42241	0.96801
36	0.03213	1.51467	1.03213	0.03149	1.45440	0.96851
37	0.03157	1.54681	1.03157	0.03099	1.48590	0.96901
38	0.03101	1.57838	1.03101	0.03049	1.51689	0.96951
39	0.03045	1.60939	1.03045	0.02998	1.54738	0.97002
40	0.02988	1.63984	1.02988	0.02948	1.57736	0.97052
41	0.02931	1.66972	1.02931	0.02897	1.60684	0.97103
42	0.02874	1.69903	1.02874	0.02846	1.63580	0.97154
43	0.02817	1.72777	1.02817	0.02795	1.66426	0.97205
44	0.02760	1.75594	1.02760	0.02743	1.69221	0.97257
45	0.02702	1.78354	1.02702	0.02692	1.71964	0.97308
46	0.02644	1.81056	1.02644	0.02640	1.74656	0.97360
47	0.02586	1.83700	1.02586	0.02588	1.77296	0.97412
48	0.02528	1.86287	1.02528	0.02536	1.79884	0.97464
49	0.02470	1.88815	1.02470	0.02484	1.82421	0.97516
50	0.02411	1.91285	1.02411	0.02432	1.84905	0.97568

限度	① 盈初(+)/④ 縮末(-)			② 盈末(+)/③ 縮初(-)		
	損益	盈縮積度	盈限行度	損益	盈縮積度	盈限行度
51	0.02353	1.93696	1.02353	0.02379	1.87337	0.97621
52	0.02294	1.96049	1.02294	0.02327	1.89716	0.97673
53	0.02235	1.98343	1.02235	0.02274	1.92043	0.97726
54	0.02176	2.00578	1.02176	0.02221	1.94317	0.97779
55	0.02116	2.02753	1.02116	0.02168	1.96538	0.97832
56	0.02057	2.04870	1.02057	0.02115	1.98706	0.97885
57	0.01997	2.06926	1.01997	0.02061	2.00821	0.97939
58	0.01937	2.08923	1.01937	0.02008	2.02882	0.97992
59	0.01877	2.10859	1.01877	0.01954	2.04890	0.98046
60	0.01816	2.12736	1.01816	0.01900	2.06844	0.98100
61	0.01756	2.14552	1.01756	0.01846	2.08744	0.98154
62	0.01695	2.16308	1.01695	0.01792	2.10590	0.98208
63	0.01634	2.18003	1.01634	0.01737	2.12382	0.98263
64	0.01573	2.19637	1.01573	0.01683	2.14119	0.98317
65	0.01512	2.21210	1.01512	0.01628	2.15802	0.98372
66	0.01450	2.22721	1.01450	0.01573	2.17430	0.98427
67	0.01388	2.24171	1.01388	0.01518	2.19003	0.98482
68	0.01327	2.25560	1.01327	0.01463	2.20521	0.98537
69	0.01265	2.26886	1.01265	0.01407	2.21984	0.98593
70	0.01202	2.28151	1.01202	0.01352	2.23391	0.98648
71	0.01140	2.29353	1.01140	0.01296	2.24743	0.98704
72	0.01077	2.30493	1.01077	0.01240	2.26039	0.98760
73	0.01015	2.31571	1.01015	0.01184	2.27279	0.98816
74	0.00952	2.32585	1.00952	0.01128	2.28464	0.98872
75	0.00888	2.33537	1.00888	0.01072	2.29592	0.98928
76	0.00825	2.34425	1.00825	0.01015	2.30664	0.98985
77	0.00762	2.35250	1.00762	0.00959	2.31679	0.99041
78	0.00698	2.36012	1.00698	0.00902	2.32637	0.99098
79	0.00634	2.36710	1.00634	0.00845	2.33539	0.99155
80	0.00570	2.37344	1.00570	0.00788	2.34384	0.99212
81	0.00506	2.37914	1.00506	0.00730	2.35172	0.99270
82	0.00441	2.38420	1.00441	0.00673	2.35902	0.99327
83	0.00377	2.38861	1.00377	0.00615	2.36575	0.99385
84	0.00312	2.39237	1.00312	0.00557	2.37190	0.99443
85	0.00247	2.39549	1.00247	0.00499	2.37747	0.99501
86	0.00182	2.39796	1.00182	0.00441	2.38246	0.99559
87	0.00116	2.39977	1.00116	0.00383	2.38688	0.99617
88		2.40094	1.00051	0.00324	2.39071	0.99676
89				0.00266	2.39395	0.99734
90				0.00207	2.39661	0.99793
91				0.00148	2.39868	0.99852
92				0.00089	2.40016	0.99911
93					2.40105	0.99970

付表2 月の立成

限度	①疾初(+)/④遅末(-)			②疾末(+)/③遅初(-)		
	損益	遅疾積度	疾暦限行度	損益	遅疾積度	疾暦限行度
0	0.11082	0.00000	1.20712	0.11082	0.00000	0.98548
1	0.11023	0.11082	1.20653	0.11023	0.11082	0.98607
2	0.10963	0.22105	1.20593	0.10963	0.22105	0.98667
3	0.10901	0.33068	1.20531	0.10901	0.33068	0.98729
4	0.10837	0.43970	1.20467	0.10837	0.43970	0.98793
5	0.10771	0.54807	1.20401	0.10771	0.54807	0.98859
6	0.10703	0.65578	1.20333	0.10703	0.65578	0.98927
7	0.10634	0.76282	1.20264	0.10634	0.76282	0.98996
8	0.10562	0.86915	1.20192	0.10562	0.86915	0.99068
9	0.10488	0.97477	1.20118	0.10488	0.97477	0.99142
10	0.10412	1.07965	1.20042	0.10412	1.07965	0.99218
11	0.10335	1.18377	1.19965	0.10335	1.18377	0.99295
12	0.10255	1.28712	1.19885	0.10255	1.28712	0.99375
13	0.10174	1.38967	1.19804	0.10174	1.38967	0.99456
14	0.10090	1.49141	1.19720	0.10090	1.49141	0.99540
15	0.10005	1.59231	1.19635	0.10005	1.59231	0.99625
16	0.09917	1.69235	1.19547	0.09917	1.69235	0.99713
17	0.09828	1.79152	1.19458	0.09828	1.79152	0.99802
18	0.09737	1.88980	1.19367	0.09737	1.88980	0.99893
19	0.09643	1.98717	1.19273	0.09643	1.98717	0.99987
20	0.09548	2.08360	1.19178	0.09548	2.08360	1.00082
21	0.09451	2.17908	1.19081	0.09451	2.17908	1.00179
22	0.09352	2.27359	1.18982	0.09352	2.27359	1.00278
23	0.09251	2.36711	1.18881	0.09251	2.36711	1.00379
24	0.09148	2.45962	1.18778	0.09148	2.45962	1.00482
25	0.09043	2.55109	1.18673	0.09043	2.55109	1.00587
26	0.08936	2.64152	1.18566	0.08936	2.64152	1.00694
27	0.08827	2.73088	1.18457	0.08827	2.73088	1.00803
28	0.08716	2.81915	1.18346	0.08716	2.81915	1.00914
29	0.08604	2.90631	1.18234	0.08604	2.90631	1.01026
30	0.08489	2.99235	1.18119	0.08489	2.99235	1.01141
31	0.08372	3.07724	1.18002	0.08372	3.07724	1.01258
32	0.08254	3.16096	1.17884	0.08254	3.16096	1.01376
33	0.08133	3.24350	1.17763	0.08133	3.24350	1.01497
34	0.08011	3.32483	1.17641	0.08011	3.32483	1.01619
35	0.07886	3.40493	1.17516	0.07886	3.40493	1.01744
36	0.07760	3.48379	1.17390	0.07760	3.48379	1.01870
37	0.07631	3.56139	1.17261	0.07631	3.56139	1.01999
38	0.07501	3.63770	1.17131	0.07501	3.63770	1.02129
39	0.07369	3.71271	1.16999	0.07369	3.71271	1.02261
40	0.07235	3.78640	1.16865	0.07235	3.78640	1.02395
41	0.07098	3.85875	1.16728	0.07098	3.85875	1.02532
42	0.06960	3.92973	1.16590	0.06960	3.92973	1.02670
43	0.06820	3.99933	1.16450	0.06820	3.99933	1.02810
44	0.06678	4.06754	1.16308	0.06678	4.06754	1.02952
45	0.06534	4.13432	1.16164	0.06534	4.13432	1.03096
46	0.06388	4.19966	1.16018	0.06388	4.19966	1.03242
47	0.06241	4.26355	1.15871	0.06241	4.26355	1.03389
48	0.06091	4.32595	1.15721	0.06091	4.32595	1.03539
49	0.05939	4.38686	1.15569	0.05939	4.38686	1.03691
50	0.05785	4.44625	1.15415	0.05785	4.44625	1.03845

限度	①疾初(+)/④遅末(-)			②疾末(+)/③遅初(-)		
	損益	遅疾積度	疾暦限行度	損益	遅疾積度	疾暦限行度
51	0.05630	4.50410	1.15260	0.05630	4.50410	1.04000
52	0.05472	4.56040	1.15102	0.05472	4.56040	1.04158
53	0.05313	4.61512	1.14943	0.05313	4.61512	1.04317
54	0.05151	4.66825	1.14781	0.05151	4.66825	1.04479
55	0.04988	4.71976	1.14618	0.04988	4.71976	1.04642
56	0.04822	4.76963	1.14452	0.04822	4.76963	1.04808
57	0.04655	4.81785	1.14285	0.04655	4.81785	1.04975
58	0.04486	4.86440	1.14116	0.04486	4.86440	1.05144
59	0.04314	4.90926	1.13944	0.04314	4.90926	1.05316
60	0.04141	4.95240	1.13771	0.04141	4.95240	1.05489
61	0.03966	4.99381	1.13596	0.03966	4.99381	1.05664
62	0.03789	5.03347	1.13419	0.03789	5.03347	1.05841
63	0.03610	5.07136	1.13240	0.03610	5.07136	1.06020
64	0.03429	5.10746	1.13059	0.03429	5.10746	1.06201
65	0.03246	5.14174	1.12876	0.03246	5.14174	1.06384
66	0.03061	5.17420	1.12691	0.03061	5.17420	1.06569
67	0.02874	5.20481	1.12504	0.02874	5.20481	1.06756
68	0.02685	5.23355	1.12315	0.02685	5.23355	1.06945
69	0.02495	5.26040	1.12125	0.02495	5.26040	1.07135
70	0.02302	5.28535	1.11932	0.02302	5.28535	1.07328
71	0.02107	5.30837	1.11737	0.02107	5.30837	1.07523
72	0.01911	5.32944	1.11541	0.01911	5.32944	1.07719
73	0.01712	5.34855	1.11342	0.01712	5.34855	1.07918
74	0.01512	5.36567	1.11142	0.01512	5.36567	1.08118
75	0.01309	5.38078	1.10939	0.01309	5.38078	1.08321
76	0.01105	5.39387	1.10735	0.01105	5.39387	1.08525
77	0.00898	5.40492	1.10528	0.00898	5.40492	1.08732
78	0.00690	5.41390	1.10320	0.00690	5.41390	1.08940
79	0.00480	5.42080	1.10110	0.00480	5.42080	1.09150
80	0.00268	5.42560	1.09898	0.00268	5.42560	1.09362
81	0.00053	5.42828	1.09683	0.00053	5.42828	1.09577
82	0.00036	5.42881	1.09666	0.00036	5.42881	1.09594
83	0.00018	5.42917	1.09648	0.00018	5.42917	1.09612
84		5.42934	1.09630		5.42934	1.09630

付表 3 半晝分の立成

黄道積	冬晝夏	夏晝冬	晝夜差	黄道積度	冬晝夏夜	夏晝冬	晝夜差
0	1907.96	3092.04	0.09	51	2142.09	2857.91	8.32
1	1908.05	3091.95	0.29	52	2150.41	2849.59	8.40
2	1908.34	3091.66	0.47	53	2158.81	2841.19	8.46
3	1908.81	3091.19	0.66	54	2167.27	2832.73	8.54
4	1909.47	3090.53	0.85	55	2175.81	2824.19	8.59
5	1910.32	3089.68	1.04	56	2184.40	2815.60	8.64
6	1911.36	3088.64	1.22	57	2193.04	2806.96	8.69
7	1912.58	3087.42	1.42	58	2201.73	2798.27	8.75
8	1914.00	3086.00	1.61	59	2210.48	2789.52	8.78
9	1915.61	3084.39	1.79	60	2219.26	2780.74	8.81
10	1917.40	3082.60	1.99	61	2228.07	2771.93	8.84
11	1919.39	3080.61	2.18	62	2236.91	2763.09	8.89
12	1921.57	3078.43	2.37	63	2245.80	2754.20	8.90
13	1923.94	3076.06	2.56	64	2254.70	2745.30	8.92
14	1926.50	3073.50	2.74	65	2263.62	2736.38	8.94
15	1929.24	3070.76	2.94	66	2272.56	2727.44	8.97
16	1932.18	3067.82	3.14	67	2281.53	2718.47	8.97
17	1935.32	3064.68	3.30	68	2290.50	2709.50	8.98
18	1938.62	3061.38	3.51	69	2299.48	2700.52	9.00
19	1942.13	3057.87	3.69	70	2308.48	2691.52	9.00
20	1945.82	3054.18	3.88	71	2317.48	2682.52	9.01
21	1949.70	3050.30	4.07	72	2326.49	2673.51	9.01
22	1953.77	3046.23	4.26	73	2335.50	2664.50	9.01
23	1958.03	3041.97	4.43	74	2344.51	2655.49	9.01
24	1962.46	3037.54	4.62	75	2353.52	2646.48	9.01
25	1967.08	3032.92	4.80	76	2362.53	2637.47	9.01
26	1971.88	3028.12	4.98	77	2371.54	2628.46	9.00
27	1976.86	3023.14	5.16	78	2380.54	2619.46	9.00
28	1982.02	3017.98	5.35	79	2389.54	2610.46	9.00
29	1987.37	3012.63	5.49	80	2398.54	2601.46	9.00
30	1992.86	3007.14	5.67	81	2407.54	2592.46	9.00
31	1998.53	3001.47	5.85	82	2416.54	2583.46	8.97
32	2004.38	2995.62	6.01	83	2425.51	2574.49	8.97
33	2010.39	2989.61	6.16	84	2434.48	2565.52	8.97
34	2016.55	2983.45	6.33	85	2443.45	2556.55	8.97
35	2022.88	2977.12	6.48	86	2452.42	2547.58	8.96
36	2029.36	2970.64	6.63	87	2461.38	2538.62	8.96
37	2035.99	2964.01	6.78	88	2470.34	2529.66	8.96
38	2042.77	2957.23	6.92	89	2479.30	2520.70	8.96
39	2049.69	2950.31	7.05	90	2488.26	2511.74	8.95
40	2056.74	2943.26	7.19	91	2497.21	2502.79	2.79
41	2063.93	2936.07	7.32	91.31	2500.00	2500.00	0.00
42	2071.25	2928.75	7.44				
43	2078.69	2921.31	7.56				
44	2086.25	2913.75	7.68				
45	2093.93	2906.07	7.78				
46	2101.71	2898.29	7.89				
47	2109.60	2890.40	7.98				
48	2117.58	2882.42	8.08				
49	2125.66	2874.34	8.17				
50	2133.83	2866.17	8.26				

付表 4 授時暦法による日食計算結果（元朝：西暦 1282 年～西暦 1367 年）

No.	元暦					授時暦計算結果				西暦			現代の日食計算結果(Emapwin)							記録	可否
	年号	年	月	日	干支	陰陽	食種	食分	食基	年	月	日	Oppol	Type	サロス	食分	食基	食種	ガンマ		
1	元 至元	19	7	1	戊午	陰曆	月食	6.27	10.53	1282	8	5	5938	rt	114	8.65	9.56	日食	0.080	有	○
2	元 至元	20	1	1	丙辰	陰曆	夜食	3.60	19.06	1283	1	30	5939	r	119	0.00	0.00	夜食	0.695		○
3	元 至元	22	5	1	癸酉	陰曆	夜食	3.36	0.06	1285	6	5	5945	rt	106	0.00	0.00	夜食	0.402		○
4	元 至元	23	11	1	癸亥	陰曆	夜食	4.39	23.00	1286	11	17	5948	t	121	0.00	0.00	夜食	0.487		○
5	元 至元	24	10	1	戊午	陰曆	月食	4.47	15.11	1287	11	7	5951	p	131	3.29	15.16	日食	1.160	有	○
6	元 至元	25	3	1	乙酉	陰曆	夜食	5.87	22.37	1288	4	2	5952	r	98	0.00	0.00	夜食	0.921		○
7	元 至元	27	8	1	辛未	陰曆	月食	4.80	16.28	1290	9	5	5957	r	123	6.11	16.53	日食	0.548	有	○
8	元 至元	28	8	1	乙丑	陰曆	夜食	3.10	21.36	1291	8	25	5961	p	133	0.00	0.00	夜食	1.253		○
9	元 至元	29	1	1	甲午	陰曆	月食	9.36	13.10	1292	1	21	5962	r	100	8.89	12.37	日食	0.801	有	○
10	元 至元	31	6	1	庚辰	陰曆	月食	3.07	7.05	1294	6	25	5967	t	125	2.02	7.00	日食	0.876	有	○
11	元 元貞	1	10	1	辛丑	陰曆	夜食	0.21	22.33	1295	11	8	5970	t	102	0.00	0.00	夜食	0.863		○
12	元 大德	1	4	1	癸巳	陰曆	帶食	3.18	5.56	1297	4	23	5973	r	117	2.99	6.24	日食	0.428		○
13	元 大德	3	8	1	己酉	陰曆	月食	2.67	10.32	1299	8	27	5979	r	104	0.00	0.00	夜食	0.931	有	X
14	元 大德	4	2	1	丁未	陽曆	帶食	4.60	17.33	1300	2	21	5980	rt	109	6.53	17.32	帶食	-0.070	有	○
15	元 大德	5	1	1	壬寅	陰曆	夜食	5.79	0.30	1301	2	10	5982	r	119	0.00	0.00	夜食	0.676		○
16	元 大德	6	6	1	癸亥	陰曆	帶食	0.56	19.19	1302	6	26	5985	p	96	1.44	19.11	帶食	1.206	有	○
17	元 大德	7	閏 5	1	戊午	陰曆	帶食	9.53	5.31	1303	6	16	5988	rt	106	9.39	5.40	帶食	0.484	有	○
18	元 大德	8	5	1	壬子	陽曆	月食	0.45	14.39	1304	6	4	5990	r	116	0.00	0.00	夜食	-0.298	有	X
19	元 大德	8	11	1	己酉	陰曆	夜食	6.92	5.39	1304	11	28	5991	t	121	0.00	0.00	夜食	0.481		○
20	元 大德	10	3	1	辛未	陰曆	夜食	8.54	3.33	1306	4	14	5994	r	98	0.00	0.00	夜食	0.975		○
21	元 大德	11	3	1	乙丑	陰曆	帶食	8.82	18.55	1307	4	3	5996	t	108	7.48	18.59	帶食*	0.195		○
22	元 至大	1	9	1	丙辰	陰曆	夜食	7.91	23.09	1308	9	15	5999	r	123	0.00	0.00	夜食	0.497		○
23	元 至大	3	1	1	己卯	陰曆	夜食	1.29	22.01	1310	1	31	6004	r	100	0.00	0.00	夜食	0.819		○
24	元 至大	4	1	1	癸酉	陰曆	夜食	9.61	21.52	1311	1	20	6006	r	110	0.00	0.00	夜食	0.136		○
25	元 皇慶	1	6	1	乙丑	陰曆	月食	6.95	16.45	1312	7	5	6009	t	125	4.34	17.10	日食	0.803	有	○
26	元 延祐	1	10	1	辛巳	陰曆	夜食	9.62	22.37	1314	11	8	6014	t	112	0.00	0.00	夜食	0.208		○
27	元 延祐	2	4	1	戊寅	陰曆	月食	7.63	15.34	1315	5	4	6015	r	117	5.68	15.55	日食	0.356	有	○
28	元 延祐	3	4	1	癸酉	陰曆	夜食	4.67	0.58	1316	4	23	6018	p	127	0.00	0.00	夜食	1.081		○
29	元 延祐	4	8	1	甲午	陰曆	夜食	9.08	19.48	1317	9	6	6021	r	104	0.00	0.00	夜食	0.984		○
30	元 延祐	5	8	1	己丑	陰曆	夜食	2.08	0.58	1318	8	27	6023	rt	114	0.00	0.00	夜食	0.201		○
31	元 延祐	6	2	1	丁亥	陰曆	月食	5.03	7.37	1319	2	21	6024	r	119	5.63	7.26	日食	0.652	有	○
32	元 延祐	7	1	1	辛巳	陰曆	月食	3.21	9.24	1320	2	10	6026	p	129	0.92	8.45	日食	1.381	有	○
33	元 延祐	7	6	1	己酉	陰曆	夜食	1.15	0.34	1320	7	7	6027	p	96	0.00	0.00	夜食	1.280		○
34	元 至治	1	6	1	癸卯	陰曆	月食	6.28	14.43	1321	6	26	6030	rt	106	7.39	15.21	日食	0.564	有	○
35	元 至治	1	12	1	庚子	陽曆	夜食	6.74	0.59	1321	12	20	6031	rt	111	0.00	0.00	夜食	-0.199		○
36	元 至治	2	11	1	甲午	陰曆	帶食	9.86	17.37	1322	12	9	6033	t	121	9.87	17.40	帶食*	0.477	有	○
37	元 泰足	2	3	1	辛亥	陰曆	夜食	0.50	0.37	1325	4	14	6038	t	108	0.00	0.00	夜食	0.249		○
38	元 泰足	2	9	1	戊申	陽曆	夜食	1.45	4.51	1325	10	8	6039	r	113	0.00	0.00	夜食	-0.257		○
39	元 泰足	3	9	1	壬寅	陰曆	夜食	6.97	4.19	1326	9	27	6041	r	123	0.00	0.00	夜食	0.453		○
40	元 泰足	4	9	1	丙申	陰曆	月食	0.61	11.19	1327	9	16	6045	p	133	0.00	0.00	夜食	1.149	有	X
41	元 天曆	1	1	1	乙丑	陰曆	夜食	6.83	3.10	1328	2	12	6046	r	100	0.00	0.00	夜食	0.843		○
42	元 天曆	2	1	1	己未	陰曆	夜食	3.10	2.55	1329	1	31	6048	r	110	0.00	0.00	夜食	0.154		○
43	元 天曆	2	7	1	丙辰	陽曆	月食	4.40	7.31	1329	7	27	6049	t	115	3.50	7.22	日食	-0.047	有	○
44	元 至順	1	7	1	庚戌	陰曆	夜食	8.26	23.14	1330	7	16	6051	t	125	0.00	0.00	夜食	0.731		○
45	元 至順	2	11	1	壬申	陰曆	帶食	5.84	16.36	1331	11	30	6055	t	102	8.35	16.29	帶食	0.877	有	○
46	元 至順	3	11	1	丁卯	陰曆	夜食	9.33	4.47	1332	11	19	6057	t	112	0.00	0.00	夜食	0.217		○
47	元 元統	1	4	1	癸亥	陰曆	夜食	3.65	22.34	1333	5	14	6058	r	117	0.00	0.00	夜食	0.281		○
48	元 元統	2	4	1	戊午	陰曆	月食	2.86	8.12	1334	5	4	6060	p	127	2.62	8.07	日食	1.015	有	○
49	元 至元	1	9	1	庚辰	陰曆	夜食	3.31	0.54	1335	9	18	6063	p	104	0.00	0.00	夜食	1.031		○
50	元 至元	2	8	1	甲戌	陰曆	月食	9.04	8.22	1336	9	6	6065	rt	114	7.69	8.02	日食	0.251	有	○
51	元 至元	3	2	1	壬申	陰曆	帶食	4.32	18.01	1337	3	3	6066	r	119	0.66	17.47	帶食	0.618	有	○
52	元 至元	5	6	1	戊子	陰曆	夜食	9.03	22.02	1339	7	7	6072	rt	106	0.00	0.00	夜食	0.645		○
53	元 至元	6	12	1	庚辰	陰曆	夜食	2.50	0.42	1340	12	20	6075	t	121	0.00	0.00	夜食	0.474		○
54	元 至正	2	4	1	辛丑	陰曆	夜食	2.39	21.03	1342	5	5	6078	p	98	0.00	0.00	夜食	1.097		○
55	元 至正	3	4	1	丙申	陰曆	月食	3.26	7.42	1343	4	25	6080	t	108	4.92	7.53	日食	0.308	有	○
56	元 至正	4	9	1	丁亥	陰曆	月食	3.18	14.08	1344	10	7	6083	r	123	3.55	14.42	日食	0.417	有	○
57	元 至正	5	9	1	辛巳	陰曆	夜食	3.96	20.52	1345	9	26	6086	p	133	0.00	0.00	夜食	1.108		○
58	元 至正	6	2	1	庚戌	陰曆	月食	7.06	12.33	1346	2	22	6087	r	100	5.43	12.04	日食	0.872		○
59	元 至正	7	1	1	甲辰	陰曆	非食			1347	2	11	6089	r	110	1.12	12.19	日食	0.178		X
60	元 至正	8	7	1	丙申	陰曆	帶食	6.86	4.13	1348	7	27	6092	rt	125	6.852	4.22	帶食*	0.6617		○

No.	元暦					授時暦計算結果				西暦			現代の日食計算結果(Emapwin)							記録	合否
	年号	年	月	日	干支	陰陽	食種	食分	食甚	年	月	日	Oppol.	Type	サロス	食分	食甚	食種	ガンマ		
61	元 至正	10	11	1	壬子	陰暦	帯食	2.53	16.21	1350	11	30	6098	rt	112	0.00	0.00	夜食	0.223	有	X
62	元 至正	11	5	1	己酉	陰暦	夜食	1.35	3.02	1351	5	26	6099	rt	117	0.00	0.00	夜食	0.202		○
63	元 至正	11	11	1	丁未	陽暦	夜食	1.90	0.23	1351	11	20	6100	r	122	0.00	0.00	夜食	-0.493		○
64	元 至正	12	4	1	癸卯	陰暦	月食	0.08	18.15	1352	5	14	6101	t	127	0.00	0.00	夜食	0.944		X
65	元 至正	13	9	1	乙丑	陰暦	月食	0.67	8.05	1353	9	28	6104	p	104	0.00	0.00	夜食	1.068	有	X
66	元 至正	14	3	1	癸亥	陽暦	帯食	2.71	17.29	1354	3	25	6105	rt	109	5.01	17.39	帯食	-0.183	有	○
67	元 至正	15	2	1	戊午	陰暦	夜食	9.05	0.02	1355	3	15	6107	r	119	0.00	0.00	夜食	0.579		○
68	元 至正	15	8		甲寅	陽暦	非食			1355	9	7	6108	t	124	0.18	5.58	日食	-0.434		X
69	元 至正	17	7	1	甲戌	陰暦	夜食	7.13	2.29	1357	7	18	6113	r	106	0.00	0.00	夜食	0.723		○
70	元 至正	17	12	1	庚午	陽暦	夜食	4.33	20.52	1358	1	10	6114	t	111	0.00	0.00	夜食	-0.207		○
71	元 至正	18	6	1	戊辰	陰暦	月食	5.09	7.43	1358	7	7	6115	r	116	5.61	7.27	日食	-0.041	有	○
72	元 至正	18	12	1	乙丑	陰暦	月食	4.82	9.35	1358	12	31	6116	t	121	2.82	9.06	日食	0.470	有	○
73	元 至正	20	5	1	丁亥	陰暦	夜食	4.83	1.38	1360	5	16	6119	p	98	0.00	0.00	夜食	1.165		○
74	元 至正	21	4	1	辛巳	陰暦	帯食	8.11	17.59	1361	5	5	6122	t	108	9.77	18.02	日食	0.372	有	○
75	元 至正	22	10	1	壬申	陰暦	夜食	9.56	22.19	1362	10	18	6125	r	123	0.00	0.00	夜食	0.388		○
76	元 至正	24	2	1	乙未	陰暦	夜食	2.28	21.18	1364	3	4	6128	r	100	0.00	0.00	夜食	0.909		○
77	元 至正	25	2	1	己丑	陰暦	夜食	8.16	20.57	1365	2	21	6130	r	110	0.00	0.00	夜食	0.207		○
78	元 至正	26	7	1	辛巳	陰暦	月食	8.42	13.33	1366	8	7	6133	rt	125	7.10	13.47	日食	0.596	有	○
79	元 至正	27	7	1	乙亥	陰暦	夜食	2.81	20.57	1367	7	27	6136	p	135	0.00	0.00	夜食	1.404		○
80	元 至正	27	12	1	癸卯	陰暦	月食	6.61	8.30	1367	12	22	6137	t	102	5.45	7.47	帯食	0.884	有	○

付表4の説明

- 1) 元暦：授時暦法にて計算される暦日。
- 2) 授時暦法日食計算結果：授時暦法にて日食計算を行った計算結果。
- 3) 陰陽：南北定差と東西定差を補正前の陰陽暦日食区分。
- 4) 食種：帯食（日出/日入時に日食中のもの）、夜食（夜中に日食となるもの）、非食（計算では食とならない日食）
- 5) 食分：食分の最大は10。便宜的に少数表示とした。
- 6) 食甚：食甚の時刻。例えば13.50は午後1時50分。
- 7) 西暦：和暦に対応するユリウス暦日。
- 8) 記録：元史天文志に記載の日食。[彙編 第四冊]p.1196-98
- 9) 現代の日食計算結果：筆者日食ソフト Emapwin で日食計算した結果。Emapwin は DE431 をベースにしたベッセル要素と F.R.Stephenson 「Historical Eclipses and Earth' s Rotation」 (1997) table 14.1 の ΔT を使用。
- 10) Oppol.#: T.R.Oppolzer 「Canon of Eclipses」 (1962,Dover 版)に拠る日食番号。
- 11) t: total(皆既食)、r: annular(金環食)、p: partial(部分食)、rt: annular-total(金環皆既食)
- 12) Saros: サロス番号(V. D. Bergh によるサロス番号)
- 13) 食分：皆既(1.0 以上)を10倍した食分。観測地は中国の暦の基準地である陽城、現在の登封市告成鎮(東経113.15° 北緯34.40°)とした。
- 14) 食甚：食甚の時刻(陽城での地方標準時 LMT)。6)同様13.50は午後1時50分。均時差を補正済み。(南中時刻を12:00としている。)
- 15) 食種：上記と同じ。尚、「帯食*」とあるものは日出/日入時が最大食分の日食。また食分は日出/日入時ではない計算上の最大食分。
- 16) ガンマ：ガンマは日食時に地球の中心から影の軸の最小の距離(地球半径が単位)を与えるパラメータ。ガンマは影の軸が地球の中心より北を通る場合に符号はプラス、南を通る場合マイナスの値を取る。一つのサロス周期の日食シリーズを見るとガンマの絶対値が最小時に最大の日食となる。また、ガンマの符号と南北定差、東西定差の補正前の陰暦/陽暦区分とほぼ一致する。プラス=陰暦、マイナス=陽暦である。

付表5 授時暦法による月食計算結果（元朝：西暦1281年～西暦1367年）

No.	元暦					授時暦計算結果				西暦			現代の日食計算結果(Emapwin)							合否
	年号	年	月	日	干支	陰陽	食種	食分	食甚	年	月	日	Oppol.	Typ	サロス	食分	食甚	食種	ガンマ	
1	元 至元	19	12	15	辛丑	陰暦	月食	4.90	5.33	1283	1	15	3854	p	93	4.27	4.51	月食	0.785	○
2	元 至元	20	12	16	乙未	陰暦	月食	13.78	20.18	1284	1	4	3856	t	103	16.97	20.02	月食	0.099	○
3	元 至元	21	閏5	15	壬辰	陰暦	昼食	13.47	16.53	1284	6	29	3857	t	108	16.19	17.36	帯食	0.116	X
4	元 至元	22	5	14	丙戌	陰暦	月食	3.57	21.51	1285	6	18	3859	p	118	2.51	21.58	月食	0.874	○
5	元 至元	23	4	16	壬子	陽暦	月食	2.07	2.00	1286	5	10	3860	p	90	1.14	2.06	月食	-0.966	○
6	元 至元	23	10	16	己酉	陰暦	帯食	3.16	6.12	1286	11	3	3861	p	95	0.43	6.32	帯食*	0.964	○
7	元 至元	24	3	16	丙午	陽暦	帯食	11.78	19.01	1287	4	29	3862	t	100	14.53	19.09	帯食*	-0.238	○
8	元 至元	24	9	15	癸卯	陰暦	帯食	12.17	6.07	1287	10	23	3863	t	105	13.49	6.37	帯食*	0.260	○
9	元 至元	27	1	16	庚申	陽暦	月食	4.84	3.50	1290	2	26	3866	p	92	2.28	3.39	月食	-0.866	○
10	元 至元	28	1	15	甲寅	陽暦	帯食	14.02	6.18	1291	2	15	3868	t	102	15.90	5.44	帯食*	-0.134	○
11	元 至元	28	7	16	辛亥	陰暦	月食	13.86	21.53	1291	8	11	3869	t	107	17.80	22.10	月食	0.042	○
12	元 至元	29	閏6	16	丙午	陽暦	帯食	6.50	3.47	1292	7	31	3871	p	117	4.73	3.37	月食	-0.741	○
13	元 至元	31	5	15	甲子	陰暦	帯食	8.85	20.01	1294	6	9	3873	p	99	9.07	20.08	帯食*	0.520	○
14	元 至元	31	11	16	壬戌	陽暦	帯食	12.71	18.00	1294	12	4	3874	t	104	15.80	18.22	帯食*	-0.137	○
15	元 元貞	1	10	16	丙辰	陰暦	月食	8.49	19.38	1295	11	23	3876	p	114	7.81	19.55	月食	0.562	○
16	元 元貞	2	4	16	甲寅	陽暦	月食	1.42	2.39	1296	5	19	3877	p	119	0.89	2.27	月食	-0.983	○
17	元 大徳	2	8	16	庚午	陽暦	月食	12.28	1.29	1298	9	22	3881	t	106	15.22	1.45	月食	-0.197	○
18	元 大徳	3	8	16	甲子	陰暦	帯食	8.38	17.49	1299	9	11	3883	p	116	9.50	18.07	帯食*	0.508	○
19	元 大徳	5	6	15	癸未	陽暦	月食	5.72	23.25	1301	7	21	3885	p	98	4.96	23.34	月食	-0.727	○
20	元 大徳	5	12	16	辛巳	陰暦	帯食	13.70	5.28	1302	1	15	3886	t	103	16.83	4.47	月食	0.107	○
21	元 大徳	6	6	15	丁丑	陰暦	月食	14.51	23.32	1302	7	11	3887	t	108	17.75	0.05	月食	0.031	○
22	元 大徳	6	12	16	乙亥	陽暦	月食	7.42	20.23	1303	1	4	3888	p	113	8.10	19.56	月食	-0.576	○
23	元 大徳	7	閏5	15	壬申	陰暦	帯食	4.68	4.52	1303	6	30	3889	p	118	4.05	4.49	帯食*	0.790	○
24	元 大徳	9	4	17	壬辰	陽暦	月食	10.86	2.56	1305	5	10	3892	t	100	13.30	2.46	月食	-0.305	○
25	元 大徳	10	3	16	丙戌	陰暦	帯食	9.43	17.29	1306	4	29	3894	t	110	10.44	17.42	帯食	0.450	○
26	元 大徳	10	9	15	壬午	陽暦	月食	9.03	20.45	1306	10	22	3895	t	115	10.53	21.15	月食	-0.437	○
27	元 至大	1	8	16	壬寅	陰暦	帯食	3.60	17.14	1308	9	1	3897	p	97	3.61	17.34	帯食	0.827	○
28	元 至大	2	7	17	丁酉	陰暦	帯食	13.09	5.34	1309	8	22	3899	t	107	16.66	5.32	帯食*	0.102	○
29	元 至大	3	1	15	癸巳	陰暦	月食	7.19	23.36	1310	2	14	3900	p	112	8.48	23.14	月食	0.555	○
30	元 至大	4	11	16	癸丑	陽暦	月食	4.03	18.21	1311	12	26	3902	p	94	3.55	18.14	月食	-0.819	○
31	元 皇慶	1	5	15	庚戌	陰暦	帯食	7.70	3.02	1312	6	20	3903	p	99	7.68	3.07	月食	0.597	○
32	元 皇慶	1	11	17	戊申	陽暦	月食	12.77	2.55	1312	12	15	3904	t	104	15.69	2.36	月食	-0.142	○
33	元 皇慶	2	11	16	壬寅	陰暦	月食	8.50	4.02	1313	12	4	3906	p	114	7.95	3.52	月食	0.553	○
34	元 延祐	2	9	15	庚申	陽暦	月食	2.66	18.42	1315	10	13	3909	p	96	1.18	19.23	月食	-0.951	○
35	元 延祐	3	3	16	戊午	陰暦	月食	12.32	22.58	1316	4	8	3910	t	101	14.84	22.40	月食	0.190	○
36	元 延祐	4	2	15	壬子	陽暦	月食	8.18	23.17	1317	3	28	3912	p	111	8.09	23.12	月食	-0.552	○
37	元 延祐	4	8	17	庚戌	陰暦	月食	8.92	2.18	1317	9	22	3913	t	116	10.19	2.16	月食	0.469	○
38	元 延祐	6	1	15	辛未	陰暦	月食	4.52	22.14	1319	2	5	3914	p	93	3.92	21.58	月食	0.806	○
39	元 延祐	6	7	16	己巳	陽暦	帯食	4.81	6.19	1319	8	2	3915	p	98	3.48	6.11	帯食	-0.806	○
40	元 延祐	7	6	15	癸亥	陽暦	帯食	14.51	6.23	1320	7	21	3917	t	108	17.39	6.40	帯食	-0.051	○
41	元 延祐	7	12	17	辛酉	陽暦	月食	7.50	5.29	1321	1	15	3918	p	113	8.19	4.34	月食	-0.570	○
42	元 至治	2	10	15	己卯	陰暦	月食	2.95	21.40	1322	11	24		pe	95	0.00	22.15	半影	0.990	X
43	元 至治	3	10	15	癸酉	陰暦	月食	11.81	21.53	1323	11	13	3921	t	105	12.94	22.37	月食	0.290	○
44	元 泰足	1	4	17	壬申	陰暦	月食	10.35	1.08	1324	5	10	3922	t	110	11.67	1.01	月食	0.382	○
45	元 泰足	1	10	15	戊辰	陽暦	帯食	9.25	5.27	1324	11	2	3923	t	115	10.84	5.37	帯食*	-0.421	○
46	元 泰足	2	9	15	壬戌	陽暦	月食	0.24	18.38	1325	10	22		pe	125	0.00	19.11	半影	-1.080	X
47	元 泰足	3	2	15	庚寅	陽暦	帯食	3.80	17.57	1326	3	19	3924	p	92	0.77	18.23	帯食*	-0.951	○
48	元 泰足	3	8	17	戊子	陰暦	月食	2.98	1.28	1326	9	13	3925	p	97	2.74	1.34	月食	0.873	○
49	元 泰足	4	2	15	甲申	陽暦	月食	13.16	21.33	1327	3	8	3926	t	102	14.81	21.24	月食	-0.197	○
50	元 天暦	1	1	15	己卯	陰暦	昼食	7.57	8.00	1328	2	26	3928	p	112	9.00	7.31	帯食	0.528	X
51	元 天暦	1	7	16	丙子	陽暦	帯食	8.12	17.07	1328	8	21	3929	p	117	7.17	17.21	帯食	-0.605	○
52	元 天暦	2	12	17	己亥	陽暦	月食	4.01	3.28	1330	1	6	3930	p	94	3.43	2.50	月食	-0.825	○
53	元 至順	2	5	16	庚寅	陽暦	月食	13.51	0.00	1331	6	21	3933	t	109	16.92	0.08	月食	-0.107	○
54	元 元統	1	閏3	16	己酉	陰暦	月食	1.88	23.29	1333	4	30	3936	p	91	0.37	23.35	月食	0.993	○
55	元 元統	1	9	15	丙午	陽暦	月食	2.37	3.24	1333	10	24	3937	p	96	0.85	3.45	月食	-0.969	○
56	元 元統	2	3	16	甲辰	陰暦	帯食	11.53	6.15	1334	4	20	3938	t	101	13.62	5.40	帯食	0.257	○
57	元 元統	2	9	15	庚子	陽暦	帯食	11.45	17.59	1334	10	13	3939	t	106	14.12	18.33	帯食*	-0.256	○
58	元 至元	1	3	16	戊戌	陽暦	帯食	8.89	6.27	1335	4	9	3940	p	111	9.26	6.10	帯食	-0.489	○
59	元 至元	2	8	16	己丑	陰暦	月食	0.13	22.57	1336	9	21		pe	126	0.00	23.05	半影	1.195	X
60	元 至元	3	1	16	丁巳	陰暦	帯食	4.20	6.56	1337	2	16	3942	p	93	3.58	6.24	帯食*	0.826	○

No.	元暦				授時暦計算結果				西暦			現代の日食計算結果(Emapwin)								合否	
	年号	年	月	日	干支	陰陽	食種	食分	食甚	年	月	日	Oppol.	Typ	サロス	食分	食甚	食種	ガンマ		
61	元 至元	4	1	16	辛亥	陰曆	月食	13.31	22.41	1338	2	5	3944	t		103	16.38	22.09	月食	0.133	○
62	元 至元	5	6	15	壬寅	陰曆	帯食	6.70	18.27	1339	7	21	3947	p		118	6.97	18.47	帯食	0.633	○
63	元 至元	6	11	16	乙丑	陰曆	月食	2.95	6.06	1340	12	5		pe		95	0.00	6.11	半影	0.997	X
64	元 至正	1	5	16	壬戌	陽曆	昼食	8.82	17.33	1341	5	31	3948	t		100	10.68	17.43	帯食	-0.448	X
65	元 至正	1	10	15	己未	陰曆	帯食	11.74	6.30	1341	11	24	3949	t		105	12.80	6.44	帯食*	0.298	○
66	元 至正	3	10	16	戊申	陽曆	月食	0.46	3.37	1343	11	3		pe		125	0.00	3.47	半影	-1.064	X
67	元 至正	4	閏2	16	丙子	陽曆	月食	3.16	1.20	1344	3	30		pe		92	0.00	1.32	半影	-1.003	X
68	元 至正	5	2	15	庚午	陽曆	帯食	12.60	5.27	1345	3	19	3953	t		102	14.08	5.04	帯食*	-0.239	○
69	元 至正	5	8	16	丁卯	陰曆	月食	11.77	20.16	1345	9	12	3954	t		107	14.68	20.35	月食	0.207	○
70	元 至正	6	8	17	壬戌	陽曆	月食	8.82	0.23	1346	9	2	3956	p		117	8.25	0.23	月食	-0.545	○
71	元 至正	8	12	16	戊寅	陽曆	月食	12.81	19.36	1349	1	5	3959	t		104	15.45	19.01	月食	-0.154	○
72	元 至正	9	11	15	壬申	陰曆	月食	8.38	20.13	1349	12	25	3961	p		114	8.21	19.45	月食	0.539	○
73	元 至正	10	5	17	庚午	陽曆	月食	4.72	0.51	1350	6	21	3962	p		119	4.85	0.45	月食	-0.767	○
74	元 至正	12	9	16	丙戌	陽曆	月食	11.17	2.56	1352	10	24	3965	t		106	13.74	3.07	月食	-0.276	○
75	元 至正	13	9	16	庚辰	陰曆	帯食	9.75	18.39	1353	10	13	3967	t		116	11.21	18.55	帯食*	0.411	○
76	元 至正	15	7	16	己亥	陽曆	帯食	3.21	19.21	1355	8	23	3969	p		98	0.83	19.46	月食	-0.948	○
77	元 至正	16	1	16	丁酉	陰曆	帯食	13.00	7.27	1356	2	17	3970	t		103	16.01	6.43	帯食	0.153	○
78	元 至正	16	7	15	癸巳	陽曆	帯食	12.77	19.28	1356	8	11	3971	t		108	14.62	20.11	帯食*	-0.202	○
79	元 至正	17	1	16	辛卯	陽曆	月食	7.89	22.19	1357	2	5	3972	p		113	8.60	21.38	月食	-0.548	○
80	元 至正	17	7	15	戊子	陰曆	月食	7.61	1.58	1357	8	1	3973	p		118	8.30	1.57	月食	0.560	○
81	元 至正	19	5	17	戊申	陽曆	月食	7.70	1.10	1359	6	12	3974	p		100	9.29	1.06	月食	-0.523	○
82	元 至正	20	10	15	戊戌	陽曆	月食	9.46	22.24	1360	11	23	3977	t		115	11.20	22.36	月食	-0.401	○
83	元 至正	21	4	16	丙申	陰曆	月食	2.55	23.09	1361	5	20		pe		120	0.00	22.49	半影	1.045	X
84	元 至正	22	9	16	戊午	陰曆	帯食	2.00	17.26	1362	10	4	3978	p		97	1.34	17.51	帯食*	0.946	○
85	元 至正	23	8	17	癸丑	陰曆	月食	11.24	4.12	1363	9	24	3980	t		107	13.87	4.16	月食	0.249	○
86	元 至正	24	2	16	庚戌	陰曆	月食	8.61	0.00	1364	3	18	3981	t		112	10.40	23.47	月食	0.455	○
87	元 至正	24	8	16	丁未	陽曆	帯食	9.44	7.41	1364	9	12	3982	p		117	9.20	7.33	帯食	-0.492	○
88	元 至正	25	12	16	己巳	陽曆	月食	3.75	20.24	1366	1	27	3983	p		94	3.01	19.50	月食	-0.848	○
89	元 至正	26	6	15	丙寅	陰曆	月食	4.60	0.13	1366	7	23	3984	p		99	3.71	0.25	月食	0.816	○
90	元 至正	26	12	17	甲子	陽曆	月食	12.72	4.09	1367	1	17	3985	t		104	15.28	3.10	月食	-0.163	○
91	元 至正	27	12	16	戊午	陰曆	月食	8.40	4.34	1368	1	6	3987	p		114	8.36	3.42	月食	0.531	○

付表5の説明

- 1) 元暦：授時暦法にて計算される暦日。なお昼食の予測は表から除いてある。
- 2) 授時暦法月食計算結果：授時暦法にて月食計算を行った計算結果。
- 3) 陰陽：陽曆は月食が降交点から昇交点の間でおきる場合、陰曆は月食が昇交点から降交点の間でおきる場合。
- 4) 食種：帯食（日出/日入時に月食中のもの）、昼食（昼間に月食となるもの）
- 5) 食分：食分 10 以上は皆既月食。便宜的に少数表示とした。
- 6) 食甚：食甚の時刻。例えば 13.50 は午後 1 時 50 分。
- 7) 西暦：和暦に対応するユリウス暦日。
- 8) 現代の日食計算結果：筆者日食ソフト Emapwin で日食計算した結果。Emapwin は DE431 をベースにしたベッセル要素と F.R.Stephenson 「Historical Eclipses and Earth's Rotation」(1997) table 14.1 の ΔT を使用。
- 9) Oppol.#: T.R.Oppolzer 「Canon of Eclipses」(1962,Dover 版)に拠る月食番号。半影食には採番されていない。
- 10) t: total(皆既食)、p: partial(部分食)、pe: penumbral(半影食)
- 11) Saros: サロス番号(V. D. Bergh によるサロス番号)
- 12) 食分：皆既(1.0 以上)を 10 倍した食分。観測地は中国の暦の基準地である陽城、現在の登封市告成鎮(東経 113.15° 北緯 34.40°)とした。
- 13) 食甚：食甚の時刻（陽城での地方標準時 LMT）。6)同様 13.5 は午後 1 時 50 分。
- 14) 食種：上記と同じ。尚、「帯食*」とあるものは日出/日入時が最大食分の日食。また食分は日出/日入時ではない計算上の最大食分。
- 15) ガンマ：ガンマは月食時に地球の中心から影の軸の最小の距離(地球半径が単位)を与えるパラメータ。ガンマは影の軸が地球の中心より北を通る場合に符号はプラス、南を通る場合マイナスの値を取る。一つのサロス周期の日食シリーズを見るとガンマの絶対値が最小の時に最大の日食となる。また、ガンマの符号と陰曆/陽曆区分とほぼ一致する。プラス=陰曆、マイナス=陽曆である。

別項－１ 中国暦法の暦計算の考え方

ここでは中国の暦法の一般的な考え方を解説する。

1. 経朔による暦

太陽と月が等速円運動と仮定し黄経が重なる時を朔とし、朔を含む日を朔日（1日）とする。経朔による暦は、太陽年、朔望月、置閏法（閏月の置き方）、暦元が基本定数となる。

- 1) 太陽年（一年間の平均日数：約 365.24 日）：地球の春分点から春分点までの日数の平均であるが、古代では冬至の日時を測りその間隔から求めた。
- 2) 朔望月（新月から新月までの日数：約 29.53 日）：朔は太陽と月の黄経が一致する時で新月にあたる。朔を含む日が太陰暦での月の 1 日目になる。望は満月のことで、朔望月はそれぞれの平均間隔日数である。年数を置いた日食や月食の間隔（日数）を太陰暦の月数で割ることなどで求められる。
- 3) 置閏法（閏月の置き方）：古代中国では 19 年 7 閏法が基本であったが、その後さらに精密化した。太陰暦では太陽暦との間に一年（12 ヶ月）当たり 10.88 日（365.24 日－29.53 日×12 月）のずれが生まれるため、このずれをなくするために 3 年に 1 回程度閏月を置いて調整する。しかし 3 年に 1 回ではまだ 3.11 日（10.88 日×3 年－29.53 日）のずれが残る。古代では最終的に 19 年に 7 回閏月を置く「19 年 7 閏法」が用いられた。この場合のずれは 0.01 日（10.88 日×19 年－29.53 日×7 月）とわずかである。実際の閏月の置き方は、1 太陽年を 12 等分した間隔（365.24/12＝30.44 日）で冬至から順に中気を置き、朔と次の朔との間に中気がない場合にその月を閏月とした。これは 19 年間に中気は 228 回（12 回/年×19 年）あるが、この間に月は 235 ヶ月（365.24 日×19 年/29.53 日）あるので、結果としてその差の 7 ヶ月が中気の無い閏月となる。この 19 年は章と呼ばれ 11 月 1 日に冬至がある日から始まりそれを 19 年周期で繰り返すので、章の最初の日は「朔旦冬至」として祝った。
- 4) 暦元：過去に遡り、太陽年、朔望月、干支などの周期の値が午前零時に 0（開始点）となる冬至の日。中国の一般的な暦法の造暦では 11 月冬至が気首なので、暦元の日は 11 月朔（1 日）で、干支が甲子（0）、月の公転軌道上（近点月）の位置も 0 の地点にある。
- 5) 暦は暦元から、太陽年の間隔で冬至を置き朔望月の間隔で月朔を置くことで作る。そのとき、冬至を含む月が 11 月である。また太陽年（365.24 日）を 12 等分した間隔で中気を置く。そして、11 月から順次各月の名前をつけていき、もし月の中に中気が無い場合その月は閏月となる。

具体的に暦元から n 年先の暦を作る場合を説明する。

まず暦元から前年の冬至までの日数（積日）を計算する。積日は太陽年と n 年（積年と呼ぶ）をかけたものである。その積日を 60 で割った余りが冬至の日の干支となる。なお本稿の干支の計算結果には整数部と小数部があるが、整数部は 0（甲子）から 59（癸亥）までの干支番号を示し、小数部はその日の時刻を日の小数で示すものである。ただし、小数部は 1 日の分数（授時暦は 10000 分）を分母にした分数として表示した場合や、その分子の部分のみ表示している箇所もある。

冬至は 11 月にあるので暦元から 11 月朔までの日数（朔積日）は朔望月× m （暦元からの月数）となる。したがって冬至の日と 11 月朔との日数の差（これを閏余と呼ぶ）は積日を朔望月で割った余りとなる。冬至の干支から閏余を引くことで 11 月朔の干支が求まる。その後順次朔望月の日数を足すことにより 12 月以降の月朔の干支がもとまる。具体的な計算は以下となる。暦元、太陽年、朔望月の定数は各暦法により定義される。

$$\text{積日} = \text{太陽年}(365.24) \times n \text{ 年 (積年)} \quad \text{---- (1)}$$

$$\text{冬至(11 月中気)の干支} = \text{mod}(\text{積日}, 60 \text{ 日}) \quad \text{---- (2)}$$

$$12 \text{ 月中気の干支} = \text{冬至の干支} + \text{太陽年} / 12 \quad (\text{約 } 30.44 \text{ 日}) \quad \text{---- (3)}$$

$$\text{閏余(冬至と 11 月朔の日数差)} = \text{mod}(\text{積日}, \text{朔望月}) = \text{mod}(\text{積日}, 29.53 \text{ 日}) \quad \text{---- (4)}$$

$$11 \text{ 月経朔の干支} = \text{冬至の干支} - \text{閏余} \quad \text{---- (5)}$$

$$12 \text{ 月経朔の干支} = 11 \text{ 月経朔の干支} + \text{朔望月} \quad (\text{約 } 29.53 \text{ 日}) \quad \text{---- (6)}$$

以降の月朔は順次朔望月を足し、もし 60 を超えたら 60 を引いた残りが干支となる。

その後 11 月から順次月の名前を付けていき、中気がその月に無いと閏月とする。

なお $\text{mod}(A, B)$ は A を B で割った余りを与える演算式である。

2. 暦元を太古に置かない暦法の考え方(授時暦)

授時暦は暦元を太古に置く考え方を改め、暦元を暦法施行年の至元 18 年(1281)とした。このため暦元での干支などの値が 0 ではないため、授時暦ではこれを調整するための補正の定数を定義した。節気の補正定数として「気応」、朔の補正定数として「閏応」、月の公転の補正定数として「転応」、また食の周期の補正として「交応」を導入し、古暦と同様の考え方で計算できるようにしている。また中国古代の暦法は 11 月の冬至を計算の起点としているが授時暦も同様である。ここで「気応」を宣明暦の暦元を変更した場合を例に説明すると以下となる。宣明暦では暦元を暦の採用された長慶 2 年(822)から 7070138 年前にとっており、また一年の長さは 3068055 分(1 日が 8400 分)である。

上記(1)及び(2)式より、長慶 2 年の暦の起点となる冬至の干支を計算すると、
積日 = 太陽年 × 積年 = (3068055/8400) × 7070138

冬至(11 月中気)の干支 = $\text{mod}((3068055/8400) \times 7070138, 60) = 48.7607$ (壬子)

ここで、仮に暦元を長慶 2 年の 100 年前に設定した場合(2)の計算結果は以下となる。

仮の干支 = $\text{mod}((3068055/8400) \times 100, 60) = 44.4643$

このときの本来の冬至の干支と仮の干支の差を補正する定数を「気応」と呼ぶ。

気応 = 冬至(11 月中気)の干支 - 仮の干支 = $48.7607 - 44.4643 = 4.2964$

したがって、冬至(11 月中気)の干支は 100 年前を暦元とした場合次の計算式で計算できる。

冬至(11 月中気)の干支 = $\text{mod}((3068055/8400) \times (100 \text{ 年前からの積年}), 60) + \text{気応}(4.2964)$

例えば変更した暦元で次の年(長慶 3 年)の暦の起点となる冬至を計算すると、

冬至(11 月中気)の干支 = $\text{mod}((3068055/8400) \times (101), 60) + (4.2964)$
 $= 49.7089 + 4.2964 = 54.0054$

となる。これは最初の計算で積年を 7070138+1 年とした場合と同じ結果となり、計算が簡略化されることが分かる。同様の考え方で「閏応」、「転応」、「交応」が定義される。

3. 定朔(太陽と月が変速運動)による暦

経朔での暦の計算は太陽と月の等速円運動を前提としているが、実際には太陽も月も楕円軌道上に変速運動している。また月の公転には太陽の引力の影響も受ける。このような変速運動を前提とした朔を定朔という。定朔による暦は唐代の初めに導入された。

太陽と月の黄道上の経度は現代の式では西暦 2000 年の年初を起点として次の式になる。

太陽の視黄道経度(°) : $L_s = 280.4665 + 0.98565 \times d + \alpha$ ---- (7)

月の視黄道経度(°) : $L_m = 218.3161 + 13.17640 \times d + \beta$ ---- (8)

α : 太陽の速度の変動分、 β : 月の速度の変動分、 d : 2000/1/1 12h からの日数

両式より太陽と月の黄道経度が同じになる定朔の日時(dt)を求めると以下となる。

$dt = 5.0982 + 29.53059 \times n + \alpha(dt)/12.19 - \beta(dt)/12.19$ ---- (9)

この式は、2000 年 1 月 1 日午後 0 時から約 5.1 日目が最初の朔で、それから約 29.53 日毎に朔が起きることがわかる。この変動分を入れない朔を経朔と呼び、また後半の変動分まで入れた朔を定朔と呼ぶ。 $\alpha/12.19$ 、 $\beta/12.19$ の値は現代では三角関数の数式で与えられるが、中国の暦の計算では季節と月の軌道上の位置を変数として表形式で値(時間)が与えられる。この変動分を現代の式から導くと以下のようなになる。12.19 は月の相対平均速度。

1) 太陽の変動分

地球が太陽の周りを楕円運動することによる変動分を(10)式に示す(注 5)。これは中心差とよばれるもので第 2 次項までとった。この式より、太陽の変動分は一年の周期(近点年)で朔の時刻に最大 0.157 日の変動を与える。第 2 次項は変動を非対称にする。

$$\begin{aligned} \alpha/12.19 &= 1.914602 \times \sin(360/365.2596 \times d + 357.53)/12.19 \\ &\quad + 0.019993 \times \sin((360/365.2596 \times d + 357.53) \times 2)/12.19 \\ &= 0.157 \times \sin(360/365.2596 \times d + 357.53) \\ &\quad + 0.00164 \times \sin((360/365.2596 \times d + 357.53) \times 2) \end{aligned} \quad \text{---- (10)}$$

図 1 に理論値及び授時暦に係の有る暦法の値を示す。

2) 月の変動分

月に対する変動分の値の大きな方から 4 つの項(中心差(1,2 次)、出差、二均差)は以下となっている。出差、二均差は太陽からの引力の影響である。

中心差 1 次項 : $6.288877 \times \sin(360/27.5545 \times d + 134.963)$ ---- (11)

出差 : $1.274027 \times \sin(360/31.8119 \times d + 100.737)$ ---- (12)

二均差 : $0.658314 \times \sin(360/14.7652 \times d + 235.700)$ ---- (13)

$$\text{中心差 2 次項: } 0.213618 \times \sin(360/13.7772 \times d + 269.927) \quad \text{---- (14)}$$

$$\text{合計} = \beta / 12.19 = (\text{中心差 1 次} + \text{出差} + \text{二均差} + \text{中心差 2 次}) / 12.19 \quad \text{---- (15)}$$

これらの式とその合計を経朔の時刻で計算し、公転周期(近点月)で並べた結果が図 2 である。月の変動分は公転周期(近点月)の約 27.55 日周期で変動し、合計値の変動値の最大は約 0.4 日となっている。図 3 に理論値及び授時暦に関係の有る暦法の値を示す。中国の暦法では月の変動分に出差を含めていないという誤解があるが図 3 のように出差を含めた理論値にほぼ一致することから数値的には出差は含まれている(注 6)。ただし、授時暦も左右対称なので中国暦法では二均差や中心差 2 次分は観測できていない。

図 1 各暦法の太陽変動分の比較(半周期、理論値 = $\alpha / 12.19$)

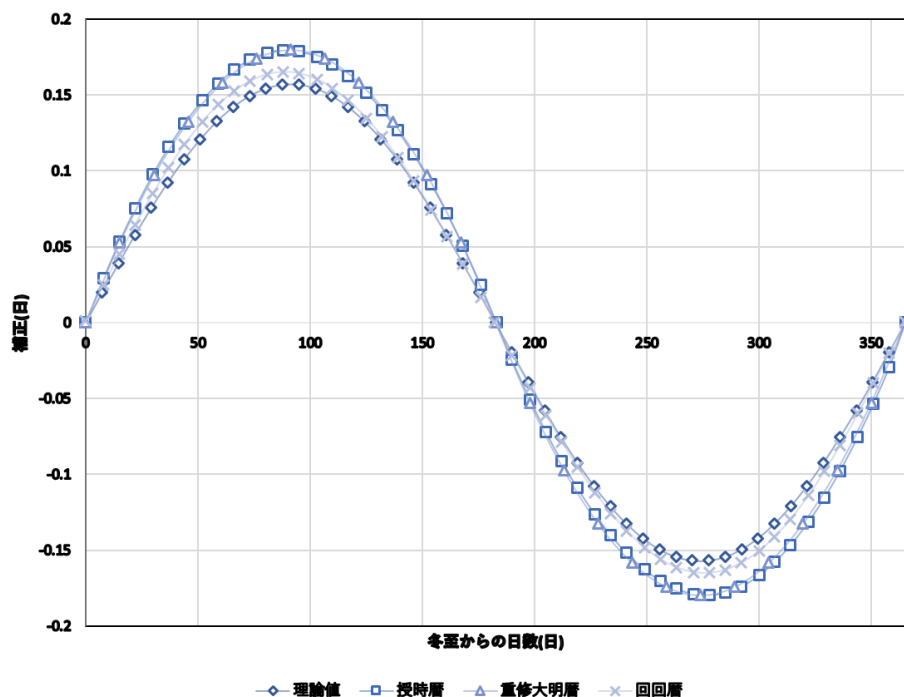


図 2 月の变速運動への補正量($\beta / 12.19$ 、経朔時刻での 4 項の値とその和)

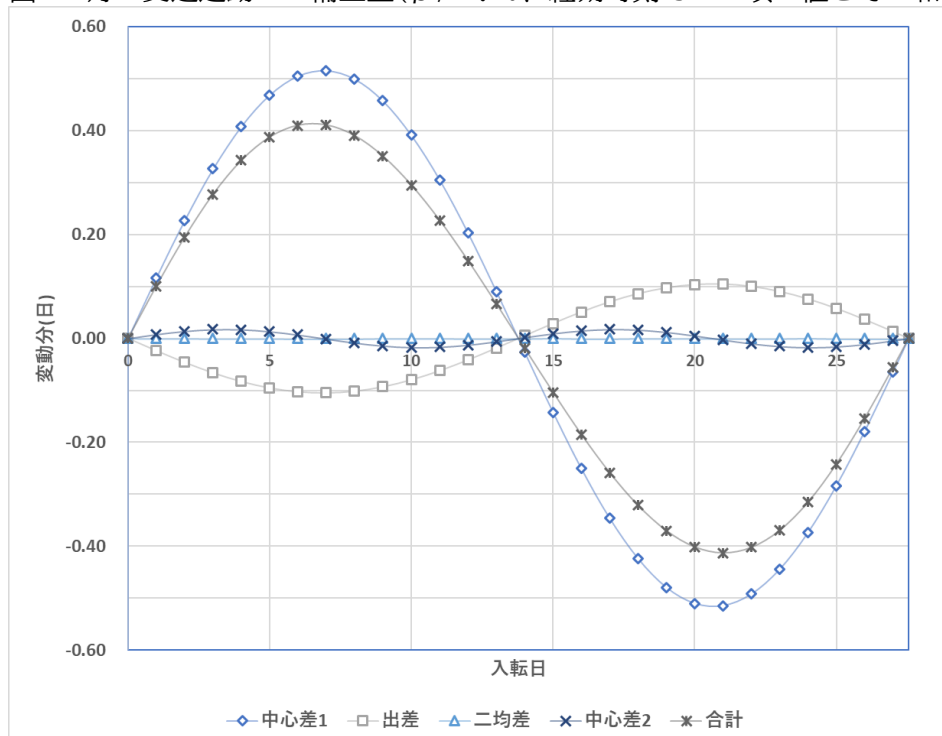
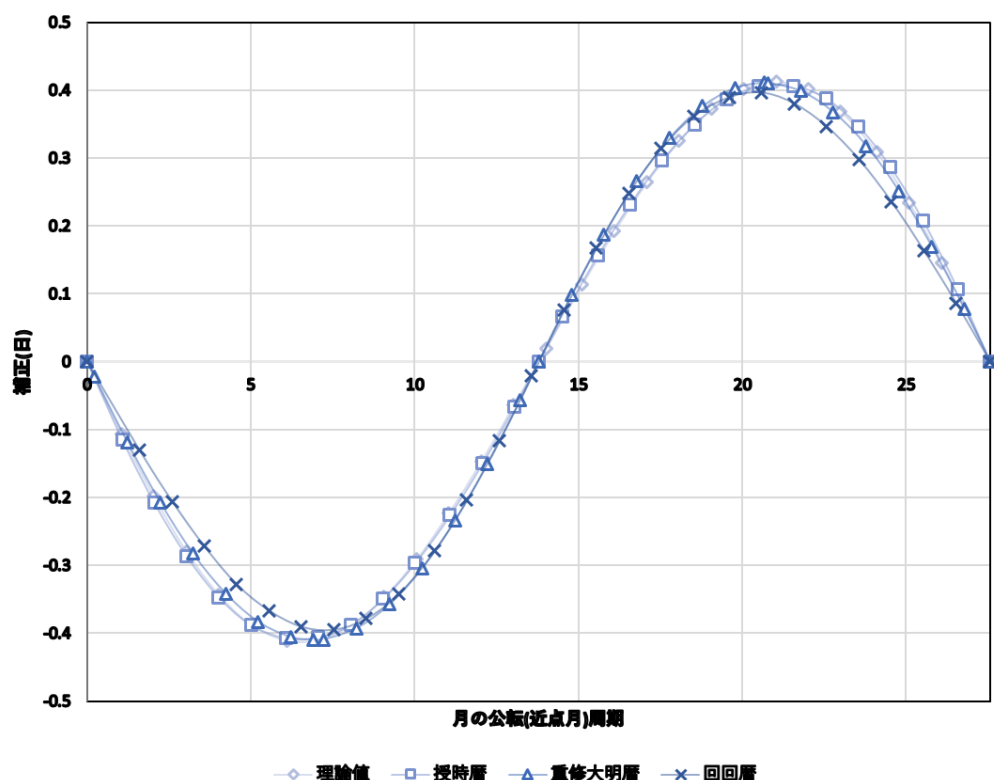


図3 各暦法の月変動分との比較(理論値 = $\beta / 12.19$)



3) 定朔時刻の決定

宣明暦に代表される唐代の暦法では($\alpha/12.19$)は一年の節気をパラメータとして、($\beta/12.19$)は月の公転周期における日付をパラメータとして値が数表で与えられている。しかし式(3)での α 、 β は「経朔(dk)」時刻ではなく「定朔(dt)」時刻の値なので、日食のように正確な定朔時刻 dt が必要な場合には再度 dt を代入しなおして逐次近似を行う必要があり、その方法も暦法に記載されている。しかし実際には「経朔(dk)」の時刻一回の計算で終わることが一般的であった。すなわち以下の式で「定朔(dt)」を計算していた。

$$\begin{aligned} dt &\doteq \text{経朔時刻} + (\alpha(\text{dk})/12.19 - \beta(\text{dk})/12.19) \\ &\doteq \text{経朔時刻} + (\alpha(\text{dk}) - \beta(\text{dk}))/\text{月の相対平均速度} \end{aligned} \quad \text{---- (16)}$$

この不正確さを改善するために授時暦では次の考え方を導入した。

$$\begin{aligned} dt &\doteq \text{経朔時刻} + (\alpha(\text{dk}) - \beta(\text{dk}))/\text{月の相対実速度} \\ &= \text{経朔時刻} + (\alpha(\text{dk})/12.19 - \beta(\text{dk})/12.19) \times 12.19/\text{月の相対実速度(西洋度)} \\ &\doteq \text{経朔時刻} + (\alpha(\text{dk})/12.19 - \beta(\text{dk})/12.19) \times \text{月の平均速度}/\text{月の実速度(中国度)} \\ &= \text{経朔時刻} + (\alpha(\text{dk})/12.19 - \beta(\text{dk})/12.19) \times 13.36875/\text{月の実速度(中国度)} \\ &= \text{経朔時刻} + (\alpha(\text{dk})/12.19 \times 13.36875 - \beta(\text{dk})/12.19 \times 13.36875)/\text{月の実速度} \\ &= \text{経朔時刻} + (\text{盈縮差} - \text{遅疾差})/\text{月の実速度} \end{aligned} \quad \text{---- (17)}$$

注：相対実速度は月の実速度から太陽の実速度を引いた速度。

授時暦では太陽の速度を無視して月の実速度だけで割っていると批判されるが、実際には変動分($\alpha/12.19 - \beta/12.19$)に月の平均速度(13.36875)をかけたうえで月の実速度で割っており、変動分の角度を単純に月の実速度で割っているわけではない。

4. 日食計算の考え方

4. 1 入交定日の計算

ここでは古代暦法による日食計算の考え方を説明する。

太陽は黄道を 365.25 日かけて一周し、同様に月は白道の上を 27.32 日かけて一周している。それにより約 29.53 日ごとに月が太陽に追いつき月朔となる。黄道と白道が同じ傾きであれば月朔毎に日食が起きることになるが、白道は黄道に対し約 5.13° 傾いているので、地球から見て通常は太陽と月は重ならない。しかし、黄道と白道が交わる昇交点/降交点付近で朔になった時に太陽と月が重なり日食が起きることになる。

日食計算は、まず等速運動での入交汎日（月が昇/降交点を横切る時刻と太陽を横切る時刻の差）を計算する。次に入交汎日に変速運動補正分を足して入交定日を計算する。その結果の入交定日が降(昇)交点から一定の範囲内にあれば日食の可能性ありとなる。

入交定日は、月が降(昇)交点を横切る時刻(dx)と太陽を横切る時刻(dm:月朔)の差になる。降(昇)交点は約 18 年周期で逆行する運動をしていて現代の式で表すと(18)式で表せる。月の運動は(19)式の通りである。なお d は 2000/01/01 12h よりの日数。

$$\text{降(昇)交点黄経}(\circ) : Lx = 305.0445 - 0.05295 \times d \quad \text{---- (18)}$$

$$\text{月視黄道経度}(\circ) : Lm = 218.3164 + 13.17640 \times d + \beta \quad \text{---- (19)}$$

月が降(昇)点を横切る時刻 dx は、Lx から Lm を引いて求めると(20)式のようにになる。

また月が太陽を横切る月朔の時刻は(21)式である。

$$(\text{降交点}-\text{月}) \text{ 経合時刻} : dx = 6.5557 - \beta/13.22935 + 27.21222 \times n \quad \text{---- (20)}$$

$$(\text{太陽}-\text{月}) \text{ 経合時刻} : dm = 5.0984 + 29.53058 \times n + \alpha/12.19 - \beta/12.19 \quad \text{---- (21)}$$

したがって入交定日(月が昇/降交点を横切る時刻と太陽を横切る時刻の差)は以下となる。

$$\text{入交定日} = dm - dx = 25.75492 + 2.31836 \times n + \alpha/12.19 - (27.21/346.35) \times \beta/12.19 \quad \text{---- (22)}$$

この式から、最初の朔の時は降交点より 25.75492 日目にあり、次回の朔では約 2.32 日加えたところとなる。なお 27.21222 を超えたらそれを引く。ちなみに授時暦で計算すると 25.7541 である(注 7)。変動分は太陽については定朔の計算と同じで、月については β に $27.21/346.35$ をかけるので定朔の計算にくらべ約 1 割の影響となる。宣明暦のような唐代の暦法はこの式で入交定日を求めている。授時暦では月の平均速度をかけた角度(入交定度)で食の判定をおこなっている、また最後の項(月の影響)は小さいとして無視している。授時暦をもとにした貞享暦では月の影響分を復活している。

4. 2 日食限(昇/降交点から日食の起きる範囲)

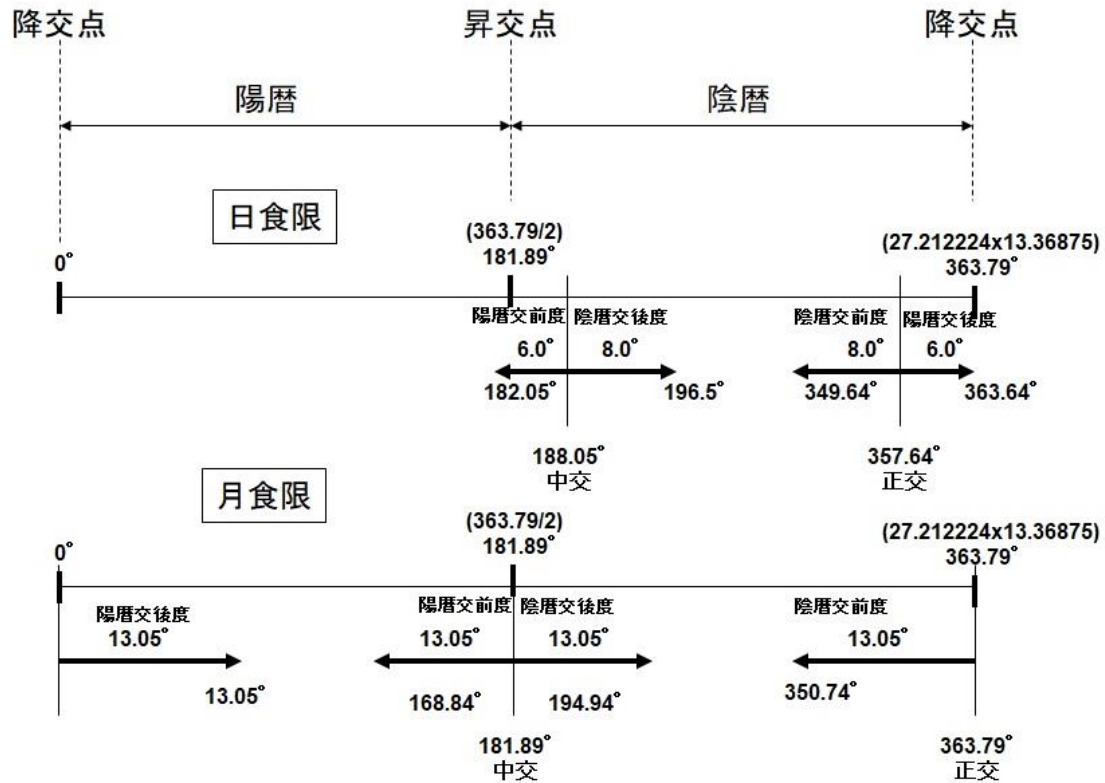
先に述べたように黄道と白道が同じ傾きであれば月朔毎に日食が起きることになるが、黄道を基準にすると白道は 5.13° 傾いているため、太陽と月は昇/降交点の近くで朔となった場合のみ重なり日食となる。太陽と月が重なる昇/降交点からの最大の角度を日食限という。この角度を平均値の概算値で計算すると以下となる。

$$\begin{aligned} \text{日食の起きる範囲(平均)} &= (\text{月の視半径} + \text{太陽の視半径} + \text{視差}) / \tan(5.13) \\ &= (\text{atan}(\text{月半径}/\text{距離}) + \text{atan}(\text{太陽半径}/\text{距離}) + \text{atan}(\text{地球半径}/\text{月迄の距離})) / \tan(5.13) \\ &= (\text{atan}(1737.4/384400) + \text{atan}(696200/149597900) + \text{atan}(6378/384400)) / \tan(5.13) \\ &= (0.2590 + 0.2666 + 0.9506) / \tan(5.13^\circ) = 1.4762/0.0898 = 16.44^\circ \quad \text{---- (23)} \end{aligned}$$

したがって昇/降交点を挟んで約 33° が日食限となる。しかしこれは全地球上で見える日食の範囲で、唐代の暦法以降では中国で見える日食のみに限っている。具体的には降交点から昇交点の間で日食が起きる場合(陽暦の日食)、月の黄道緯度はマイナスとなるため月の影が落ちるのは主に赤道より南側になる。このような日食は中国で見える確率は少ないので日食限に入れず、授時暦の場合陰暦側の 14 度(陰暦限度 8 度、陽暦限度 6 度)のみとしている。図 4 参照。また宣明暦の場合も陰暦 9.64 度(6060 分/8400 分)陽暦 4.20 度(2640 分/8400 分)合計 13.84 度とほぼ同じ日食限の値である。なお 14(14.2)度は西洋度では 13.8(14.0)度となる。

実際の日食の計算ではこれに視差の影響を考慮して日食限を移動する。

図4 授時暦の中交/正交（補正前）と日食限/月食限の関係



4. 3 月食限（昇/降交点から月食の起きる範囲）

月食の起きる範囲も同様に以下の式で計算できる。

月食の起きる範囲(平均) = (月の視半径 + 地球の影の視半径) / tan(5.13)

= (0.2590 + atan(地球の影の半径/月までの距離)) / tan(5.13)

= (0.2590 + atan(4605/384401)) / tan(5.13)

= (0.2590 + 0.686) / tan(5.13°) = 10.53° ----- (24)

地球の影の半径 = 0.6378 - (69.62 - 0.6378) / 14959.79 × 38.44

= 0.6378 - 0.17725 = 0.46055 万 km

太陽半径 = 69.62 万 km, 太陽までの距離 = 1459.79 万 km

----- (25)

授時暦では月食限を 13.05 度(12.86° : 西洋度)としているので平均より約 22%大き目である。図4 参照。宣明暦では 15.50 度(15.28°)としていたのでそれに比べ授時暦約 16%小さくしている。これは宣明暦では半影食を全体の 2 割程度予報していたためそれを防ぐための改良である。しかし依然 22%大きいので半影食を予測してしまう可能性は高い。中国の暦法では月と地球の距離は考慮せず月の大きさを一定として計算しているところに半影食を部分食として予測してしまう原因がある。

(注1) 「食考」は渋川晴海が改暦の上奏文に添付した宣明暦/授時暦/大統暦を用いた3年間の日食月食予測。西内雅(1940)p. 56-57 を参照。

(注2) 消長は0.02分/年であるが、中積を計算するときにはその平均値0.01分/年で計算する。一年毎に変化する消長の部分の中積は三角形の面積となり $(0.02 \times n \text{ 年})/2$ となる。

(注3) 大統暦の[推加減差]には『(略), 各以八百二十分乘之為実, 再以遲疾限行度内減去八百二十分, 為定限度為法、法除実為加減差』明史曆志[彙編第十冊]p. 3701とあり、遲疾限行度から太陽速度を引いた定限度で割ると規定されているが、大統暦がベースとなった七政算内篇にはこの記述はなく授時暦のままなので、大統暦・律曆志編纂時に誤って挿入されたと考えられる。

(注4) 入定限行度は明史曆志・大統暦[彙編第十冊]p. 3724に『定限行度以定限, 取立成内行度, 遲用遲, 疾用疾, 内減日行分八分二十秒, 得之。』と、月の速度から日行分(太陽の速度)8分20秒を引くこととあり、中国の論文等では授時暦の計算でもこれに従ったものもある。しかし、定用分を求める時の定数は授時暦では5740(820×7)であるが、大統暦では4920(820×6)と小さくして影響を抑えている。全体としては8%程度の増加である。従ってこれは大統暦で行われた暦法の微調整の一つに過ぎないと考えられる。ここでは授時暦の原文通りに月の速度のみとした。

(注5) 現代の式はJeen Meeus(1998)を参照した。太陽関係 p. 164-165、月関係 p. 337-339、昇降点関係 p. 343 に記載の式を簡略化している。本稿での太陽や月の変動分の理論値はこれらの概略計算式により計算される値である。

(注6) 授時暦やその他中国暦の遲疾差には出差が含まれているため、遲疾差と中心差を単純に比べるのは誤りである。例えば平山清次(1979)p. 83や広瀬秀雄(1979)p. 38など。授時暦の遲疾差の最大値(5.43)は次の値とほぼ等しい。

授時暦遲疾差の最大値(5.43) $\div$ (中心差 - 出差) / $12.19 \times$ 月の平均速度

$$= (6.289 - 1.274) / 12.19 \times 13.36875 = 5.50 \text{ (1.3\%の誤差)}$$

同様に、貞享暦遲速差の最大値(5.036) $\div$ (中心差 - 出差) / $12.19 \times$ 月と太陽の平均相対速度

$$= (6.289 - 1.274) / 12.19 \times (13.36875 - 1) = 5.089 \text{ (1.1\%の誤差)}$$

中心差や出差の数値は別項-1の式(11)と(12)を参照。

(注7) 安大玉(2014)p. 248に授時暦の理論値との差を約0.34日としているが誤りである。

参考文献(主に宣明暦、授時暦関係)

- 安藤有益 「長慶宣明暦算法」(寛文3年, 1663)(国会図書館請求書番号第 YD-古-2959)
今井湊 「天官書」国立天文台図書室今井いたる文庫 pdf 版
内田正男 「日本暦日原典」雄山閣出版(第4版, 1992)
小泉光保 「授時暦図解」(元禄16年, 1703)
竹迫忍 「宣明暦法による日食月食計算とその検証」数学史研究 212 (2012)
「渋川春海の貞享暦の研究」数学史研究 232 (2019)
西内雅 「渋川春海の研究」至文堂(1940)
広瀬秀雄 「授時暦と大津神社暦算額」数学史研究(1979/07-09, 82)
平山清次 「授時暦の研究大要」「新訂版 明治前 日本天文學史」日本学士院編 pp. 75-91
藤井康生 「授時暦の計算について」数学史研究(1993/10-12, 139)
山田慶児 「授時暦の道 中国中世の科学と国家」みすず書房(1980)
藪内清 「改訂増補 中国の天文暦法」平凡社(1990)
藪内清/中山茂 「授時暦 訳注と研究」アイ・ケイコーポレーション(2006)
渡辺敏夫 「近世日本天文学史(上・下)」恒星社厚生閣(1986・1987)

外国参考文献・史料等

- 曲 安京 「中国古代における日月食の開始終了時刻の算法と外域の暦法との関係」
大橋由紀夫 訳 数学史研究 164 号 p. 1-25 (2000)
李勇/張培瑜 「《授時暦》交食推歩研究」南京大学学報 第32巻 第1期 p. 16-24(1996)
李勇/張培瑜 「中国元明時期交食推歩的比較研究」南京大学学報 第32巻 第3期 p. 387-394(1996)
張培瑜他 「中国古代暦法」中国科学技術出版社(2007)
中華書局編集部編 「歴代天文律暦等志彙編・第七/九/十冊」中華書局出版(1976/76/76)
鄭麟趾(李氏朝鮮) 「授時暦」高麗史 早稲田大学蔵
国書刊行会編 「授時暦」高麗史 第二 国書刊行会(1909)
陳垣編 「二十史朔閏表」中華書局出版(1962)
汪日楨(清) 「歴代長術輯要」続修四庫全書 上海戸籍出版社 (1878 原著)
王双怀/贾云 「二十五史干支通檢(下)」三泰出版社 (2011)
学習院大学東洋文化研究所 「七政算内篇」李朝実録 第11冊 (世宗実録地理志・七政等) (1957)
Jean Meeus 「Astronomical Algorithms (2nd ed.)」Willmann-Bell, Inc(1998)

ARTICLE

TAKESAKO Shinobu ; Calculation Methods for Calendar Dates and Solar and Lunar Eclipses Based on the Shòushí Lì (授時暦) calendar.